

Sólido deformable: cables

Mariano Vázquez Espí

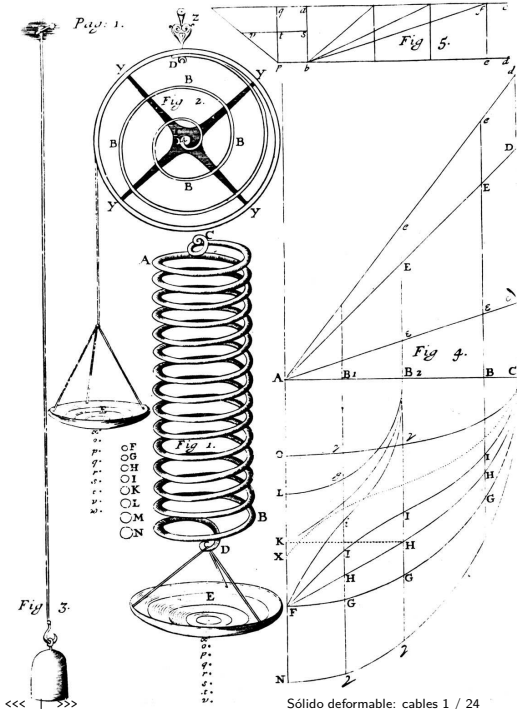
Madrid (España), 1 de octubre de 2010.

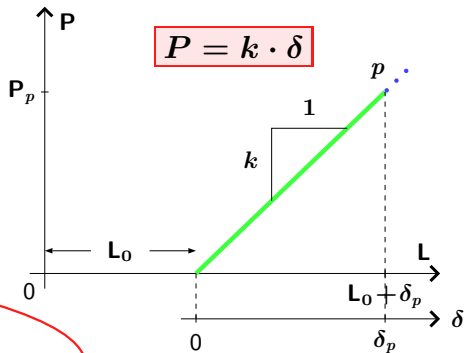
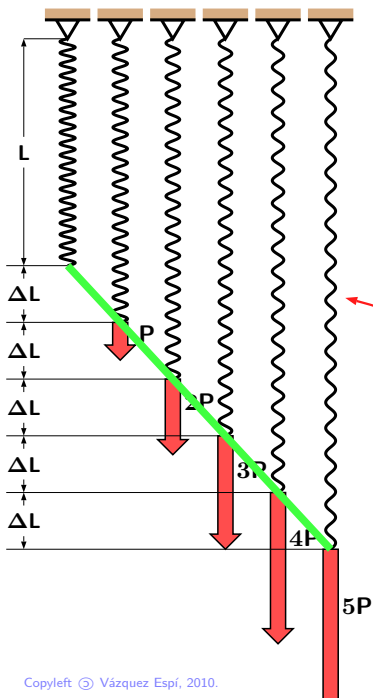
Robert Hooke (1635–1703)
—Físico, astrónomo y naturalista

Entre otras cosas,
introdujo el concepto de *célula* y analizó la
anatomía de los insectos.

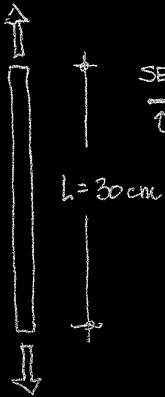
Thomas Young (1773–1829)
—Físico y médico

Entre otras cosas,
introdujo el concepto
moderno de *energía* y
contribuyó a descifrar la
escritura jeroglífica
egipcia.

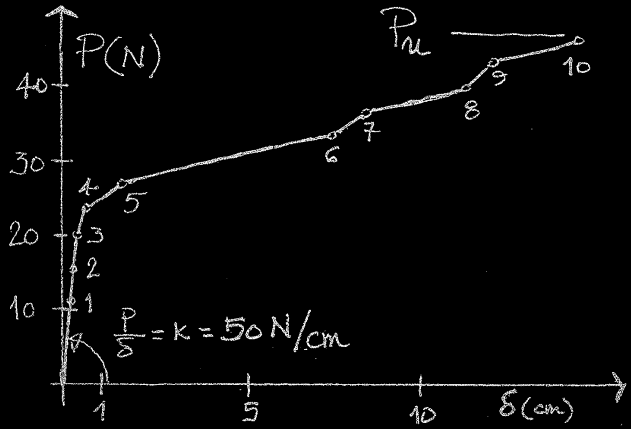




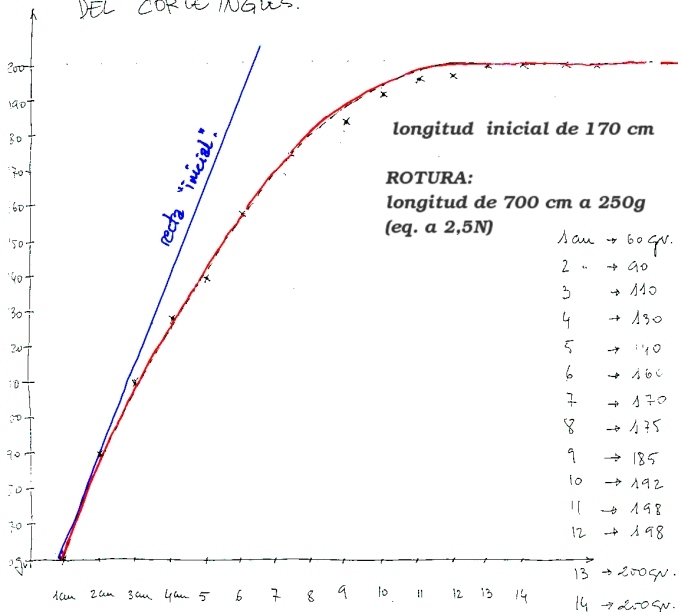
¡el muelle se estrecha!

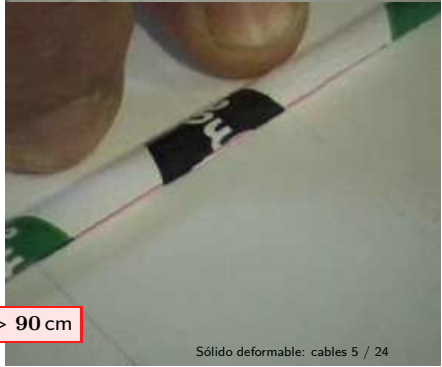


SECCIÓN
 $A = 1,48 \text{ mm}^2$

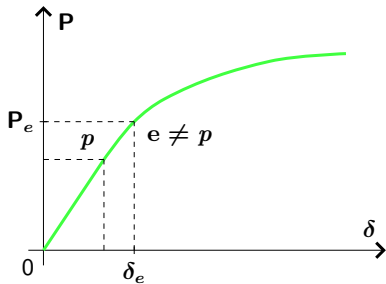
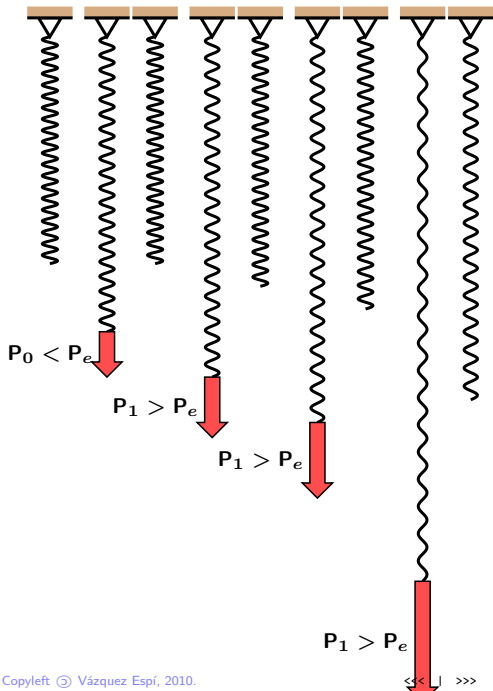


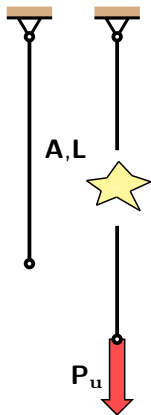
ENSAYO DE TRACCION CON PAPEL
DEL CORTE INGLES.

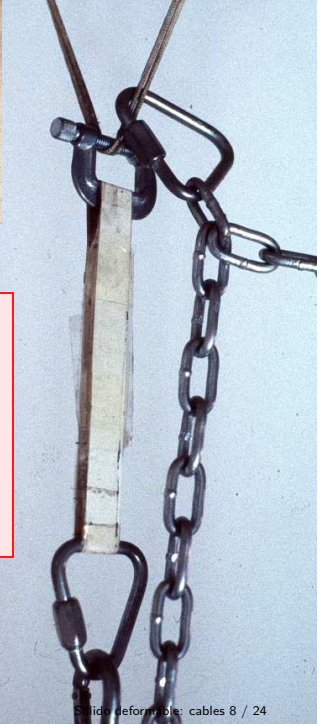
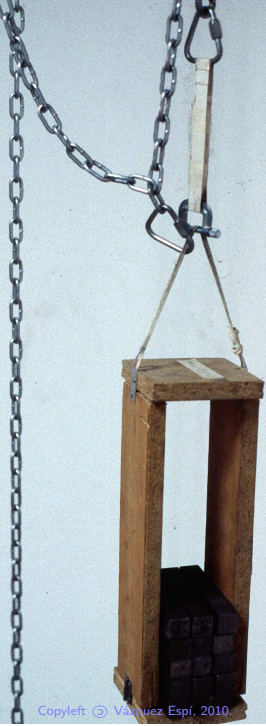




$$L_0 = 90 \text{ cm}, \delta_u > 90 \text{ cm}$$







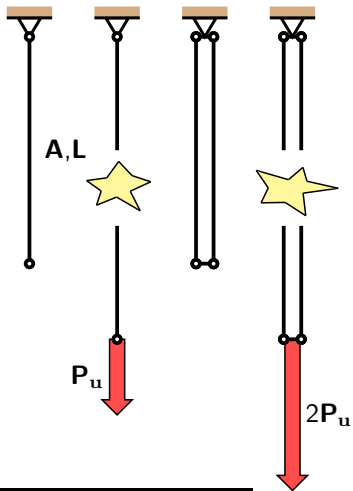
Ensayo de cinta de papel

ancho de la cinta: 15mm

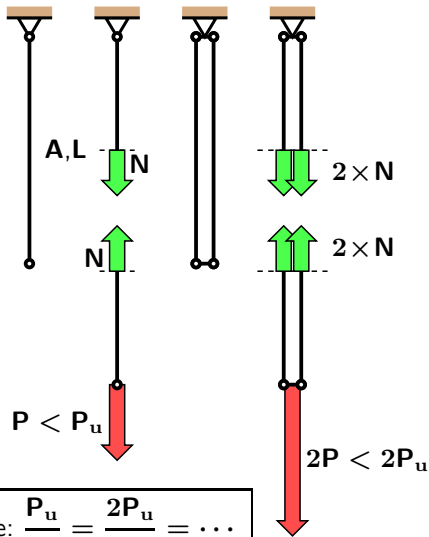
Valores en la rotura

ensayo	1	2	3
P/2 (N)	55,7	56,3	44,9
f (N/mm)	3,71	3,75	2,99

$f_u \approx 2,99 \text{ N/mm}$
(100 % de confianza)



$$\text{cte: } \frac{P_u}{A} = \frac{2P_u}{2A} = \dots$$



$$\text{cte: } \frac{P_u}{A} = \frac{2P_u}{2A} = \dots$$

Tensión

$$\bar{\sigma} = \frac{N}{A} \quad \left(\text{en este caso } \frac{P}{A} \right)$$

Fuerza por unidad de área de la sección de la barra. N/m² (un 'pascal'), N/mm², kN/mm², etc.

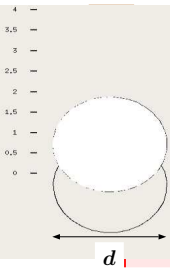
Equilibrio:

$$N = \int \sigma(x, y) dA$$

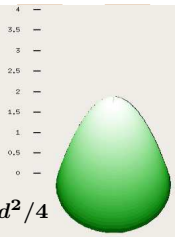
$$\bar{\sigma} = \frac{\int \sigma(x, y) dA}{\int dA} = \frac{N}{A}$$

cte: $\frac{P}{A} = \frac{\sigma}{2A} = \dots$

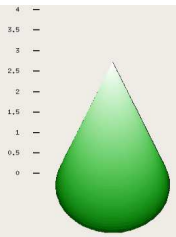




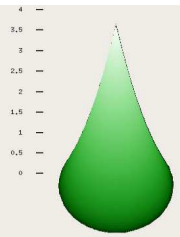
$\bar{\sigma}$
 $A = \pi d^2/4$



$\sigma_{\max} = 2\bar{\sigma}$



$\sigma_{\max} = 3\bar{\sigma}$



$\sigma_{\max} \approx 3,94\bar{\sigma}$

Equilibrio:

P

$$N = \int \sigma(x, y) dA$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\int \sigma(x, y) dA}{\int dA} = \frac{N}{A}$$

cte: $\frac{P_u}{A} = \frac{\sigma_u}{2A} = \dots$



Deformación

$$\bar{\epsilon} = \frac{\delta}{L}$$

Alargamiento por unidad de longitud de la barra.
Sin dimensiones (tanto por uno) o en: mm/m, %
(cm/m), etc.

Compatibilidad:

$$\delta = \int \epsilon(z) dz$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_{[L]} \epsilon(z) dz}{\int_{[L]} dz} = \frac{\delta}{L}$$

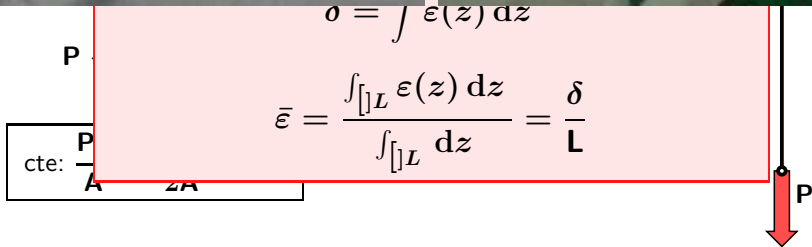
cte: $\frac{P}{A}$

z

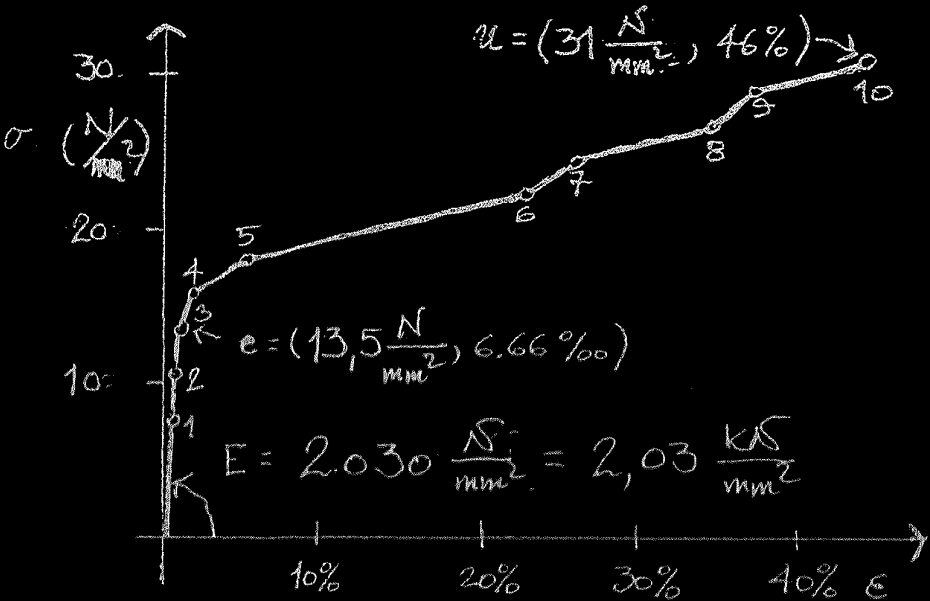


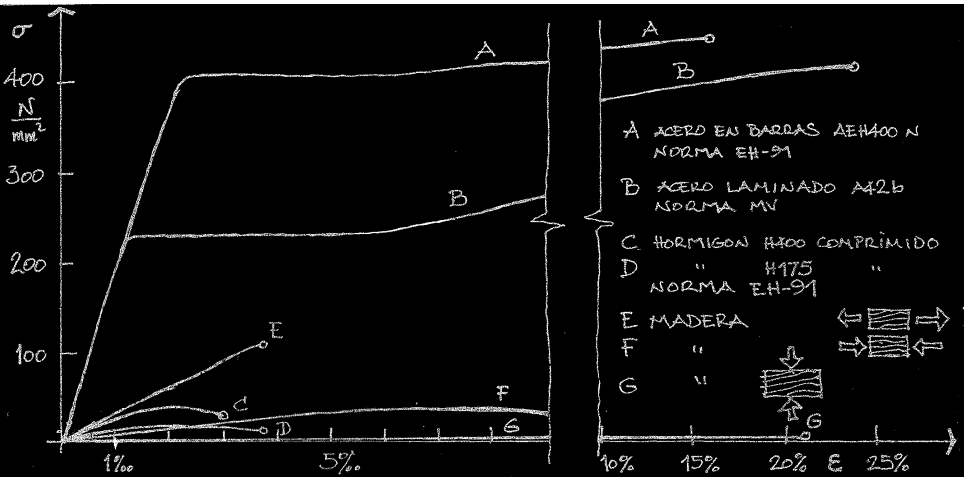
$$\delta = \int \varepsilon(z) dz$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_{[L]} \varepsilon(z) dz}{\int_{[L]} dz} = \frac{\delta}{L}$$



video: <http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e96-290/doc/>





Marco Polo describe un puente piedra a piedra.

¿Pero cual es la piedra que sostiene el puente? —pregunta Kublai Kan.

El puente no está sostenido por esta o aquella piedra, — responde Marco— sino por la línea del arco que forman.

Kublai Kan queda silencioso, reflexionando. De repente, dice:— ¿Por qué me hablas entonces de las piedras? Es sólo el arco lo que me importa.

Polo responde:— Sin piedras no habría arco.

ITALO CALVINO

■ Comportamiento del material

- Ley de Hooke: $\mathbf{P} = \mathbf{K}\delta$ si $\mathbf{P} < \mathbf{P}_p$; en otro caso:
- Plasticidad 'perfecta': $\mathbf{P} = \mathbf{P}_u$ si $\delta_e < \delta < \delta_u$

■ Mientras no se produzca la rotura:

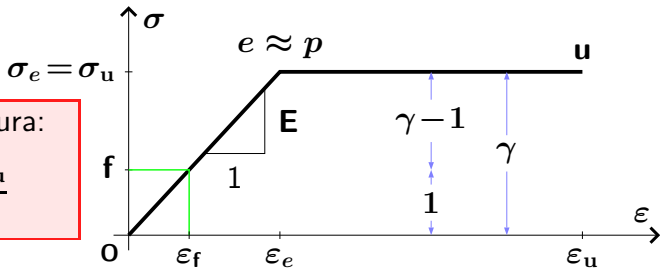
- Equilibrio: $\mathbf{N} = \mathbf{P}$ (en el caso de cables verticales) y
$$\sigma = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{A}}$$
 (es decir que $\mathbf{N} = \sigma\mathbf{A}$)
- Compatibilidad: $\delta = \varepsilon\mathbf{L}$ (y también $\varepsilon = \frac{\delta}{\mathbf{L}}$)

En el periodo proporcional:

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{N}}{\delta} = \frac{\sigma\mathbf{A}}{\varepsilon\mathbf{L}} = \frac{\mathbf{EA}}{\mathbf{L}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Modelo elasto-plástico perfecto de los materiales

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \mathbf{E}\varepsilon & \text{si } \varepsilon \leq \varepsilon_e \\ \sigma_u & \text{si } \varepsilon_e < \varepsilon \leq \varepsilon_u \\ 0 & \text{si } \varepsilon_u < \varepsilon \end{cases}$$



Tensión segura:

$$f = \frac{\sigma_u}{\gamma}$$

$\varepsilon_p = \varepsilon_u - \varepsilon_e$

ductilidad

Características importantes de los materiales para las estructuras de los edificios:

- **Ductilidad:** cuanto mayor deformación antes de la rotura, ¡mejor!
(cuanto menor, mayor margen de seguridad γ habrá que adoptar)
- **Fiabilidad**
(cuanto menor, mayor margen de seguridad γ habrá que adoptar)
- **Costes físicos específicos:** energía fósil incorporada (*embodied energy*), emisiones contaminantes, etc, por unidad de cada propiedad mecánica de interés (rigidez **E**, tensión segura, **f**, etc). ¡Cuánto menor, mejor!

$$\left\{ \frac{c}{E}, \frac{c}{f}, \dots \right\}$$

Modelo 'cable'

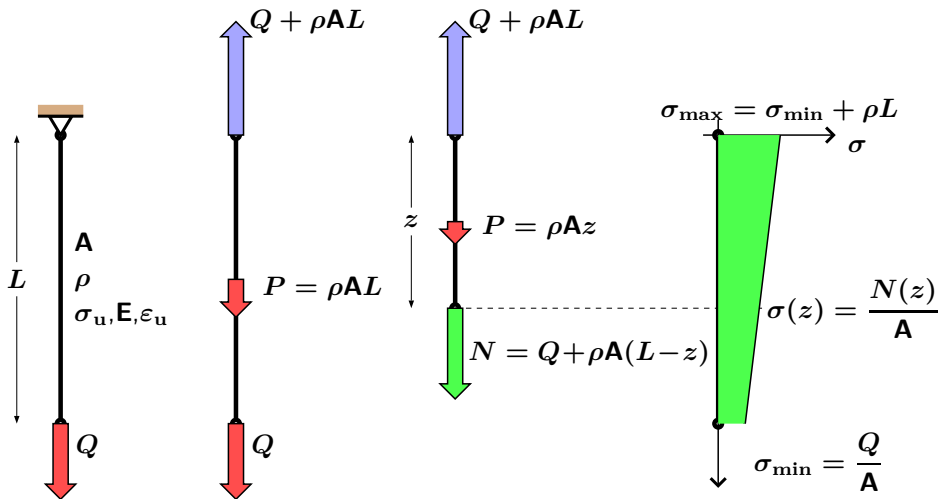
En el estado proporcional, sin superar el límite 'elástico':

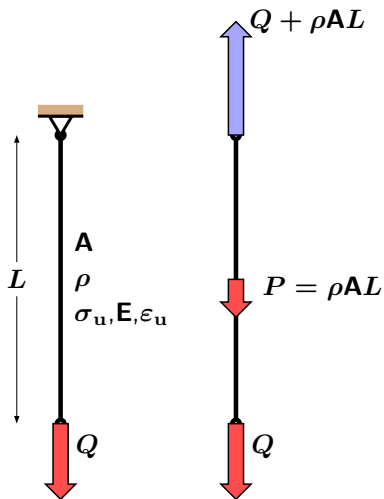
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}; \quad \sigma = E\varepsilon; \quad N = \sigma A; \quad \text{si } \varepsilon \leq \varepsilon_e.$$

$$K_{\text{cable}} = \frac{N}{\delta} = \frac{\sigma A}{\varepsilon L} = \frac{EA}{L}$$

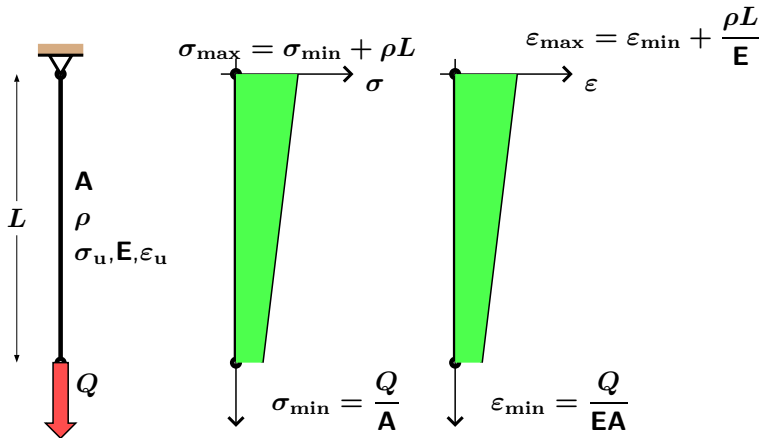
En general:

$$N(\delta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \varepsilon < 0 & \text{acortamiento} \\ K\delta & \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e & \text{e. proporcional} \\ \sigma_u A & \text{si } \varepsilon_e \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u & \text{e. plástico} \\ 0 & \text{si } \varepsilon_u < \varepsilon & \text{rotura} \end{cases}$$





Resistencia



Rigidez

Sólido deformable: cables

Mariano Vázquez Espí

GIAU+S (UPM)

Grupo de Investigación en Arquitectura, Urbanismo y Sostenibilidad

Universidad Politécnica de Madrid

<http://habitat.aq.upm.es/gi>

Edición del 1 de octubre de 2010

Compuesto con *free software*:
GNU/Linux/L^AT_EX/dvips/ps2pdf

Copyright © Vázquez Espí, 2010

Si no se lo creen...

