

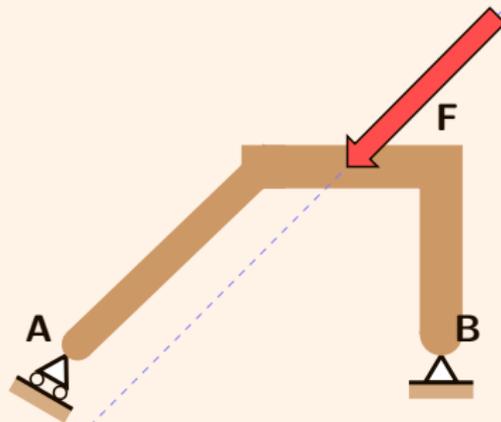
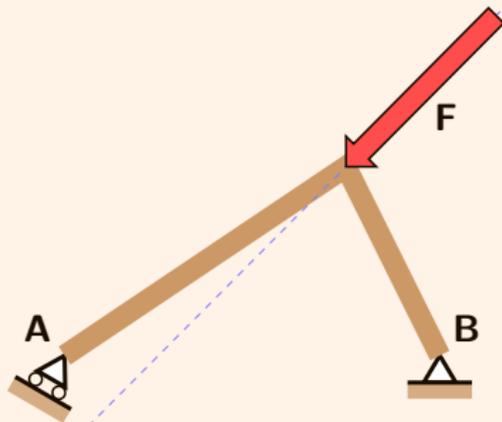
Diagramas de esfuerzos

(Funiculares como diagramas)

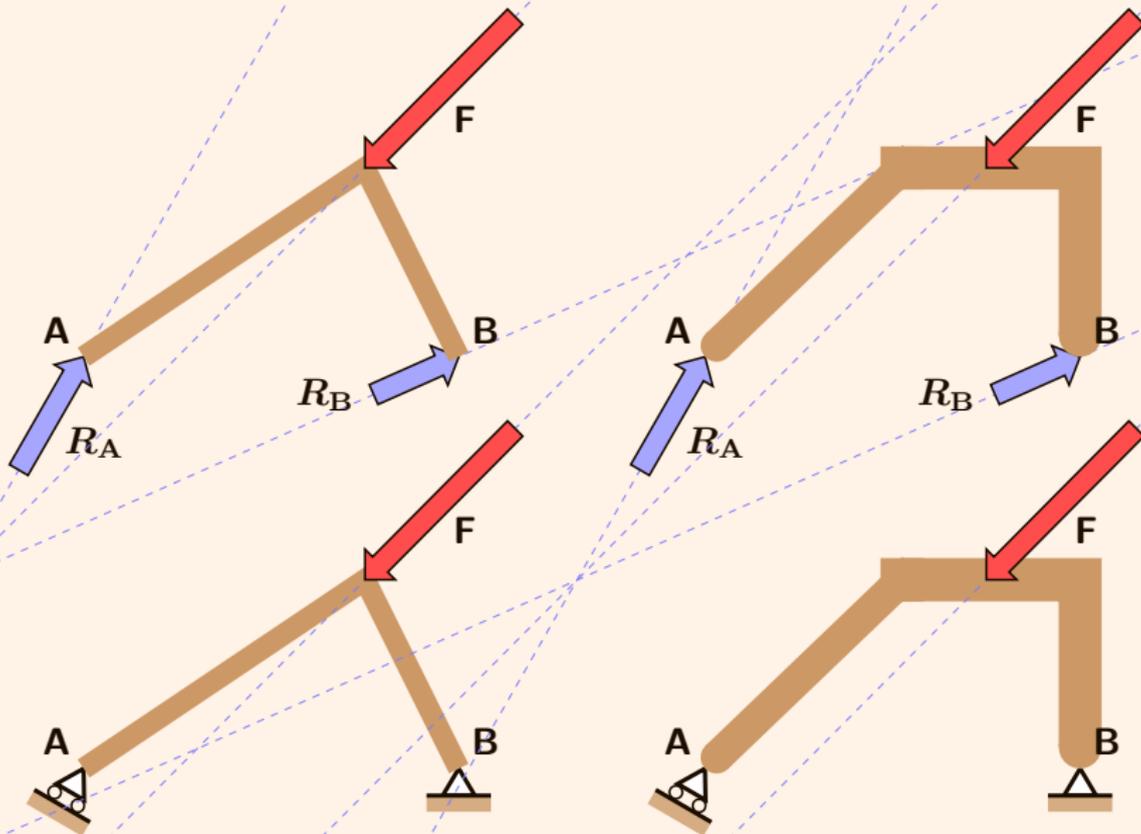
Mariano Vázquez Espí

Ondara, 22 de octubre de 2010.

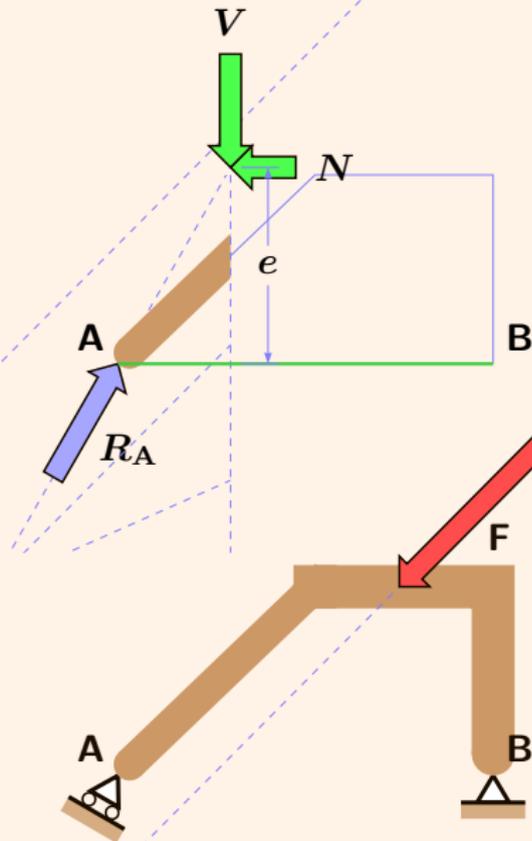
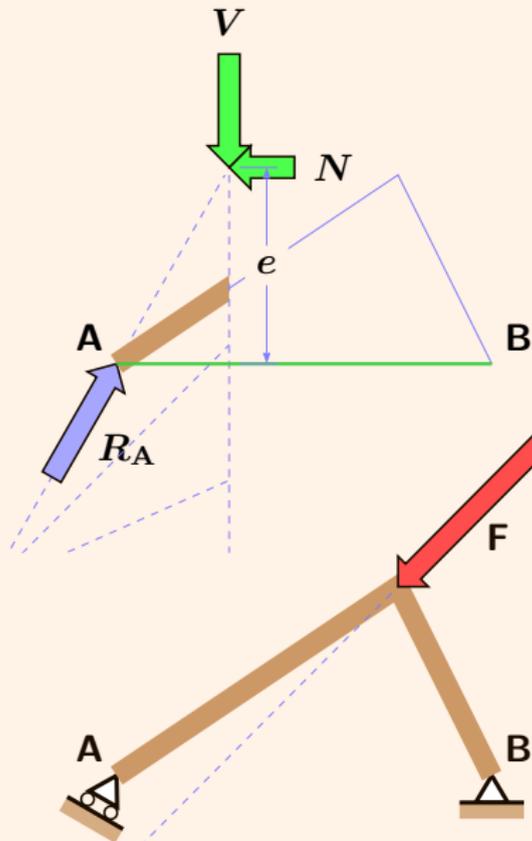
Fuerzas internas en cortes imaginarios



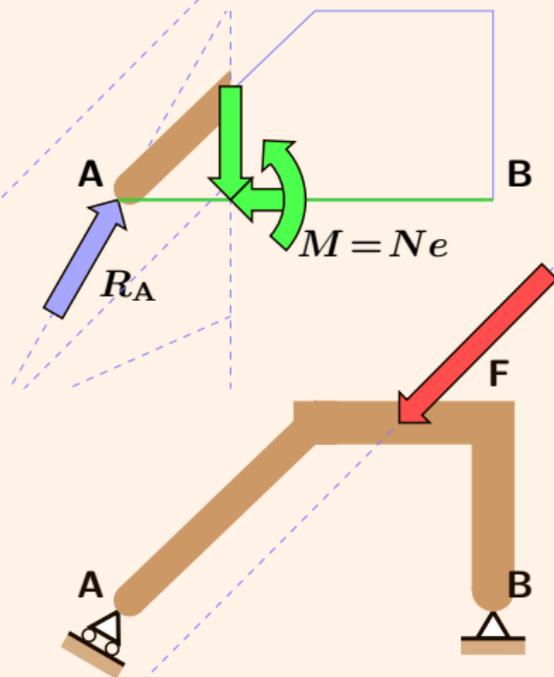
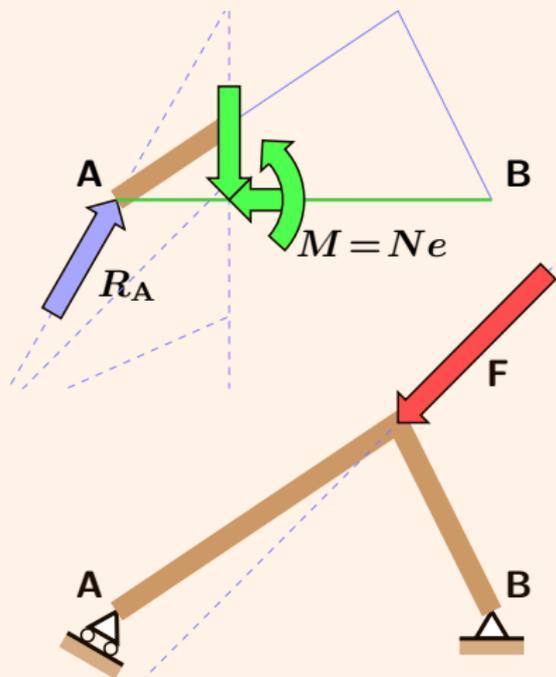
Fuerzas internas en cortes imaginarios



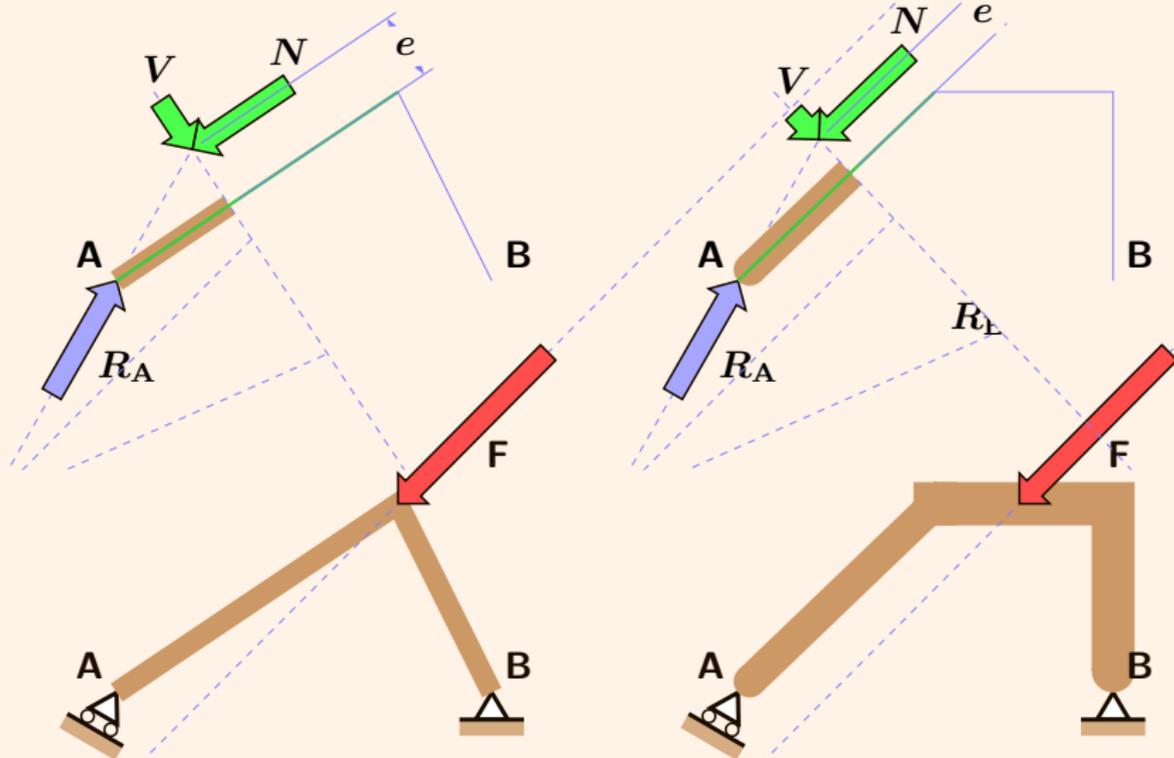
Fuerzas internas en cortes imaginarios



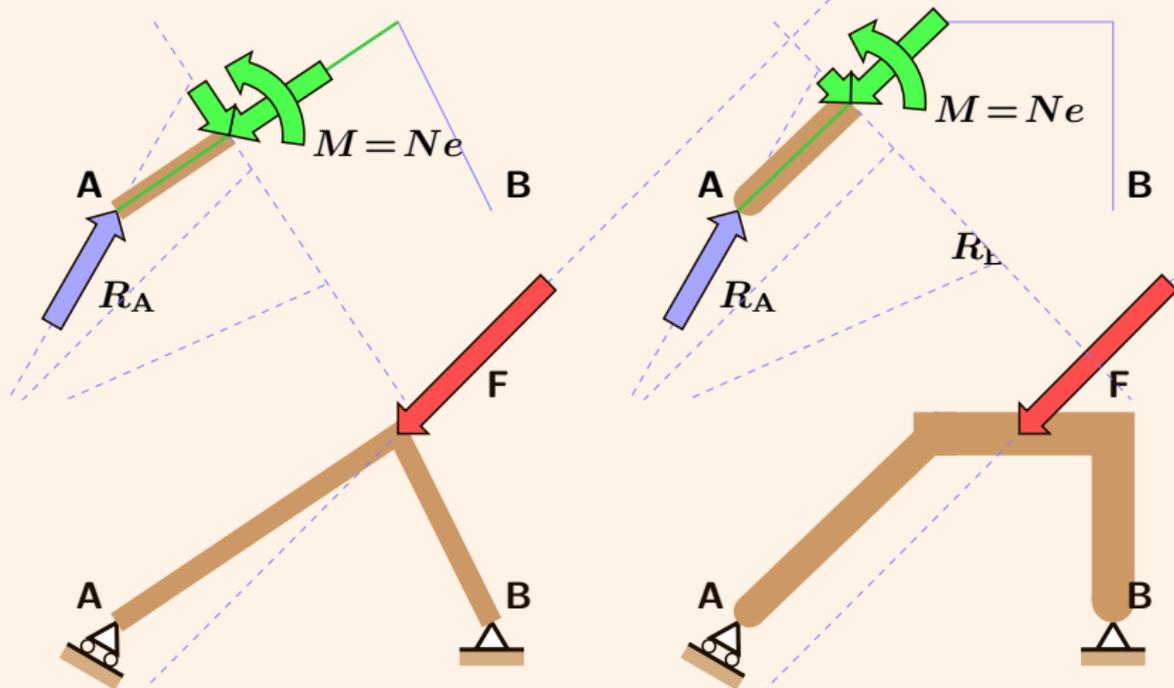
Fuerzas internas en cortes imaginarios



Fuerzas internas en cortes imaginarios



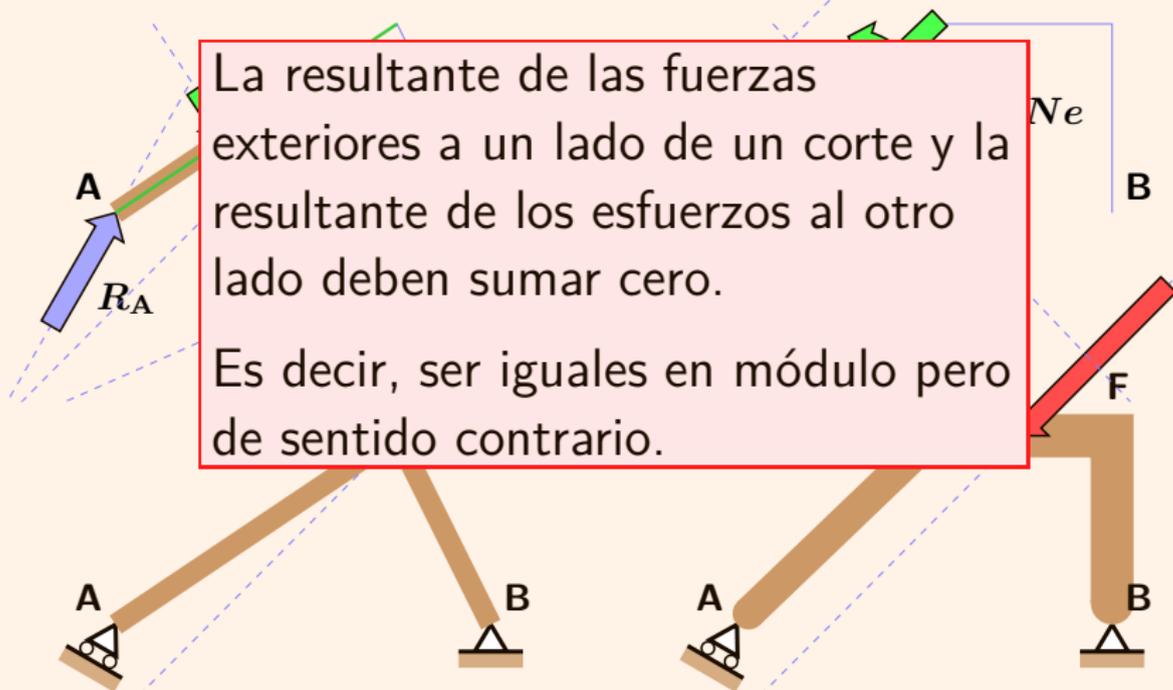
Fuerzas internas en cortes imaginarios



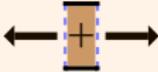
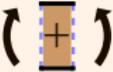
Fuerzas internas en cortes imaginarios

La resultante de las fuerzas exteriores a un lado de un corte y la resultante de los esfuerzos al otro lado deben sumar cero.

Es decir, ser iguales en módulo pero de sentido contrario.



Solicitaciones y esfuerzos

Solicitud	Esfuerzos		
	Longitudinal Normal Axil	Transversal Cortante	Par Flector Momento flector
Tracción simple	N	—	—
Flexión simple	—	V	M
Flexión compuesta	N	V	M
Tracción compuesta			
Compresión compuesta	N	—	M
Compresión simple			
Cizalladura	—	V	—
Flexión pura	—	—	M
	σ constante 	τ 	σ variable 

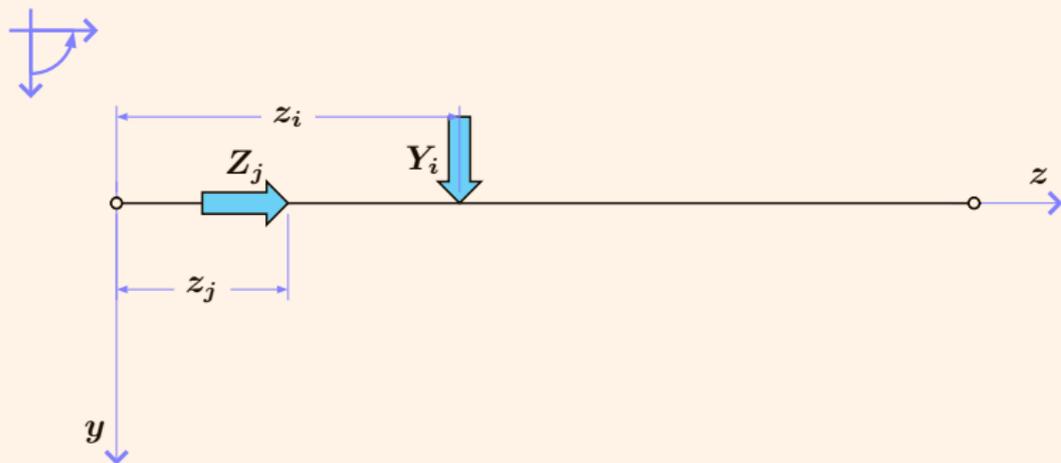
Formulación analítica



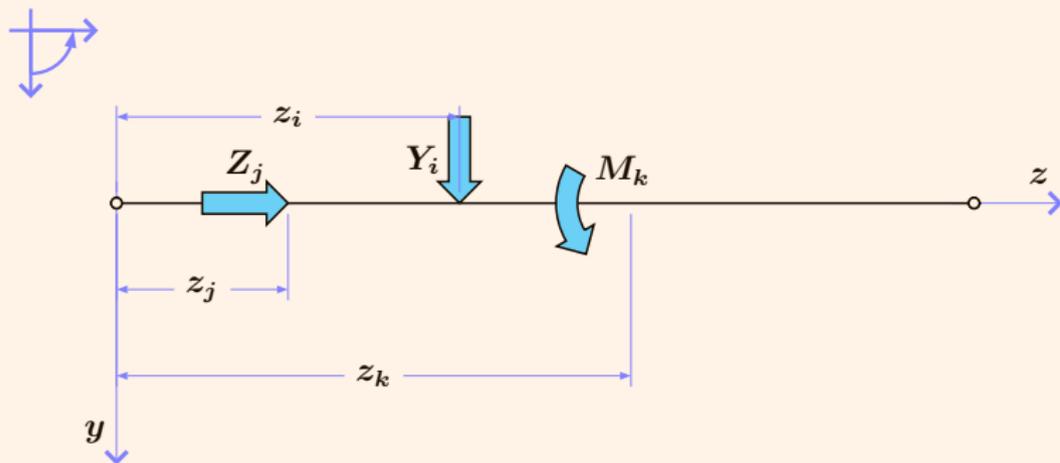
Formulación analítica



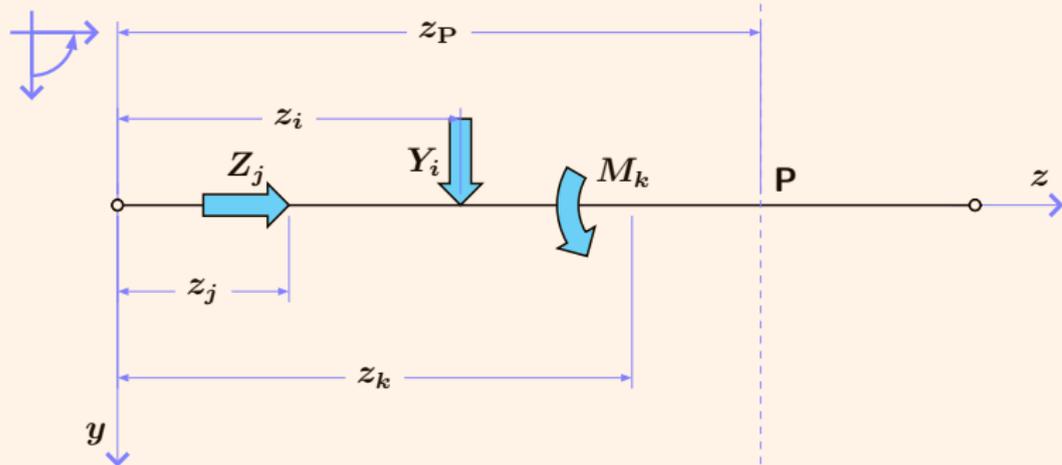
Formulación analítica



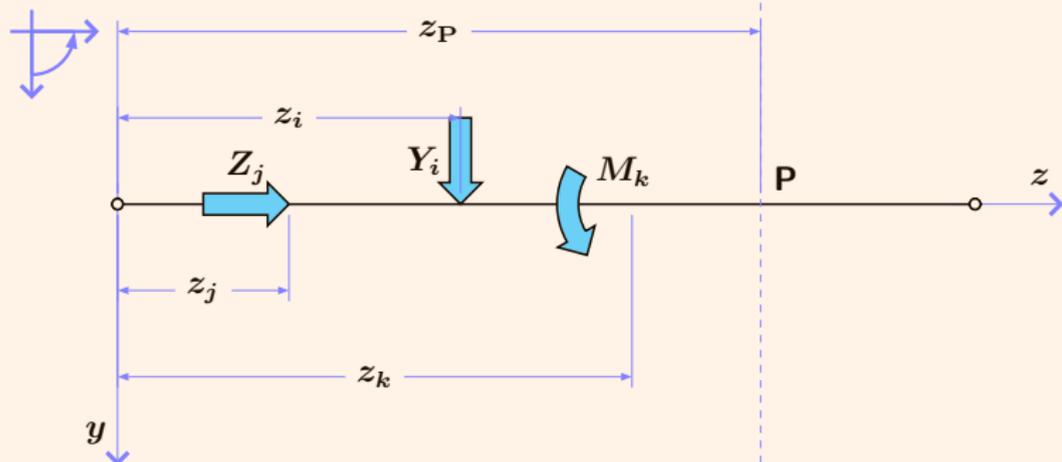
Formulación analítica



Formulación analítica



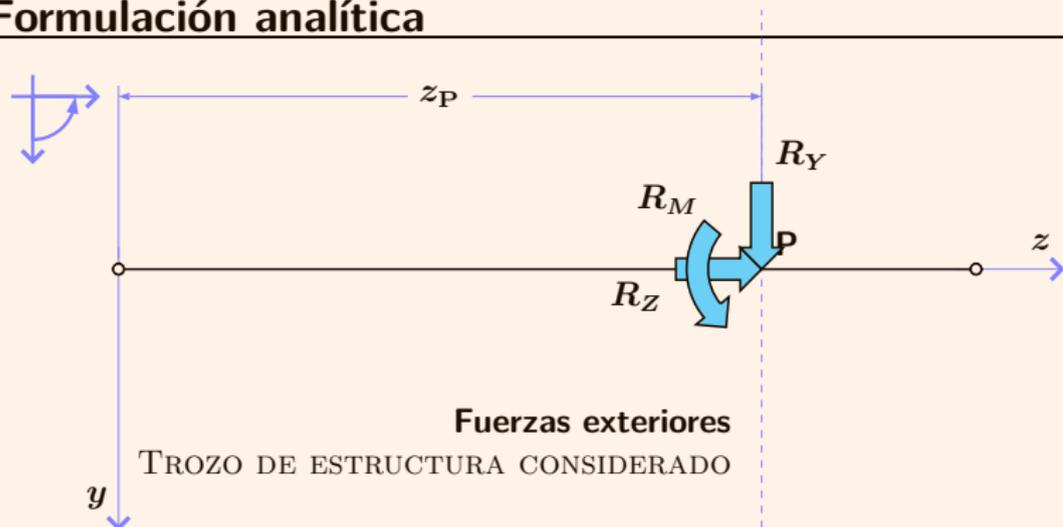
Formulación analítica



$$R_Z(z_P) = \sum_{z_j \leq z_P} Z_j \quad R_Y(z_P) = \sum_{z_i \leq z_P} Y_i$$

$$R_M(z_P) = \sum_{z_i \leq z_P} Y_i \cdot (z_P - z_i) + \sum_{z_k \leq z_P} M_k$$

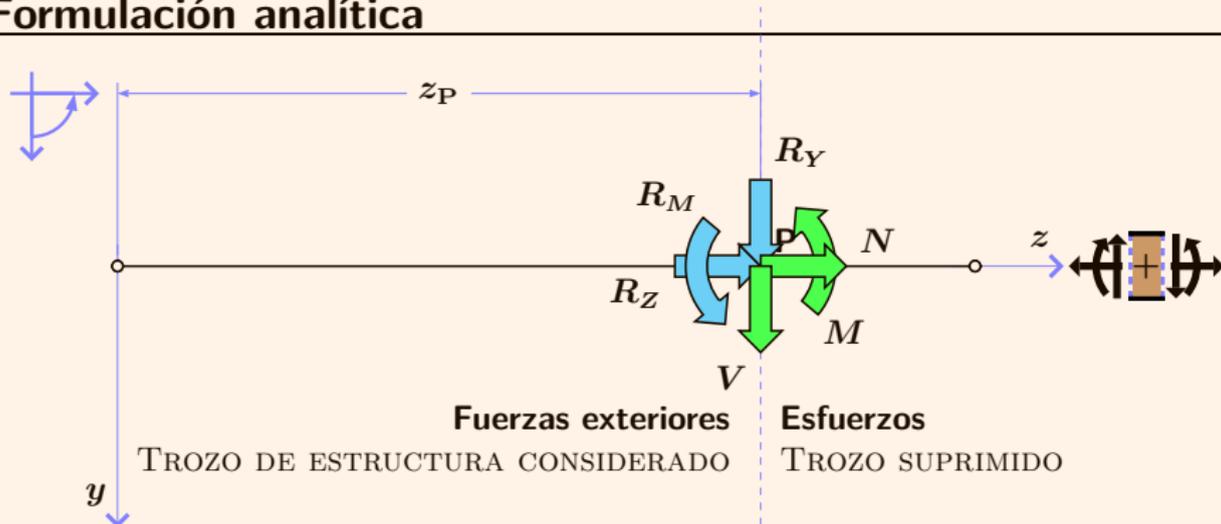
Formulación analítica



$$R_Z(z_P) = \sum_{z_j \leq z_P} Z_j \quad R_Y(z_P) = \sum_{z_i \leq z_P} Y_i$$

$$R_M(z_P) = \sum_{z_i \leq z_P} Y_i \cdot (z_P - z_i) + \sum_{z_k \leq z_P} M_k$$

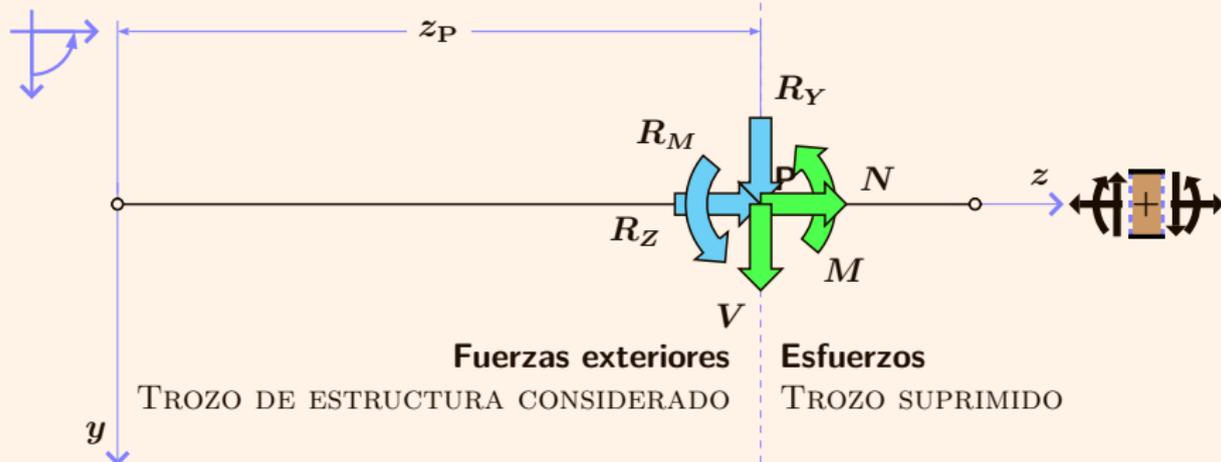
Formulación analítica



$$R_Z(z_P) = \sum_{z_j \leq z_P} Z_j \quad R_Y(z_P) = \sum_{z_i \leq z_P} Y_i$$

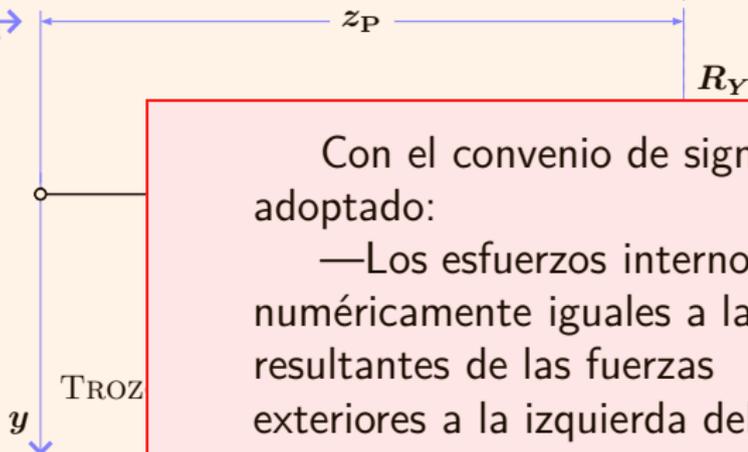
$$R_M(z_P) = \sum_{z_i \leq z_P} Y_i \cdot (z_P - z_i) + \sum_{z_k \leq z_P} M_k$$

Formulación analítica



$$\begin{cases} R_Z(z_P) + N(z_P) = 0 \\ R_Y(z_P) + V(z_P) = 0 \\ R_M(z_P) + M(z_P) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(z_P) = -R_Z(z_P) \\ V(z_P) = -R_Y(z_P) \\ M(z_P) = -R_M(z_P) \end{cases}$$

Formulación analítica



Con el convenio de signos adoptado:

— Los esfuerzos internos son numéricamente iguales a las resultantes de las fuerzas exteriores a la izquierda del corte pero cambiadas de signo.

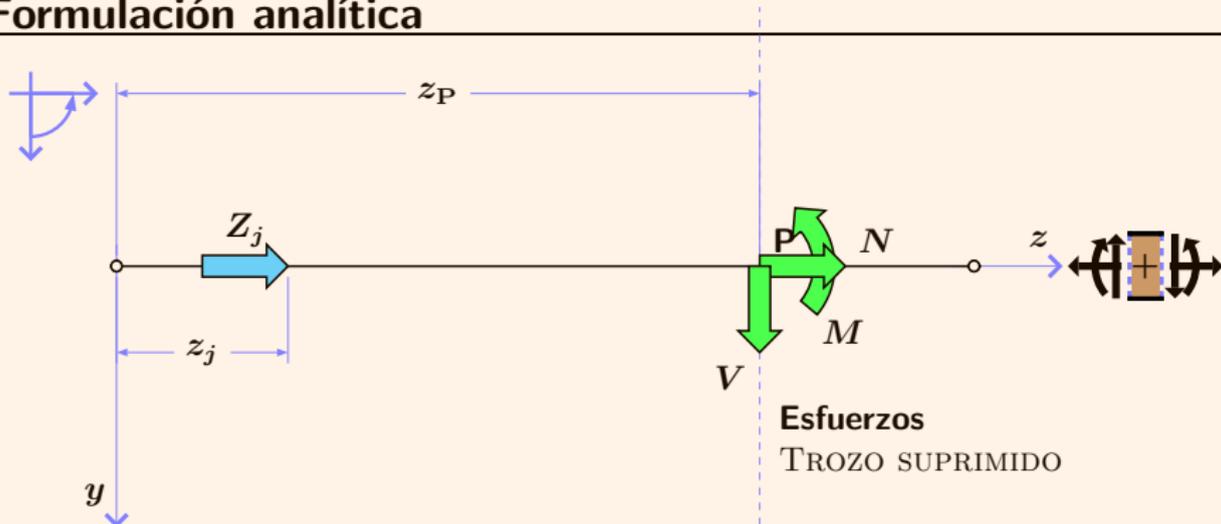
— O, lo que es lo mismo, a las resultantes de las fuerzas exteriores a la derecha.



TRIMIDO

$$\begin{cases} R_Z(z_P) \\ R_Y(z_P) \\ R_M(z_P) \end{cases} = \begin{cases} -R_Z(z_P) \\ -R_Y(z_P) \\ -R_M(z_P) \end{cases}$$

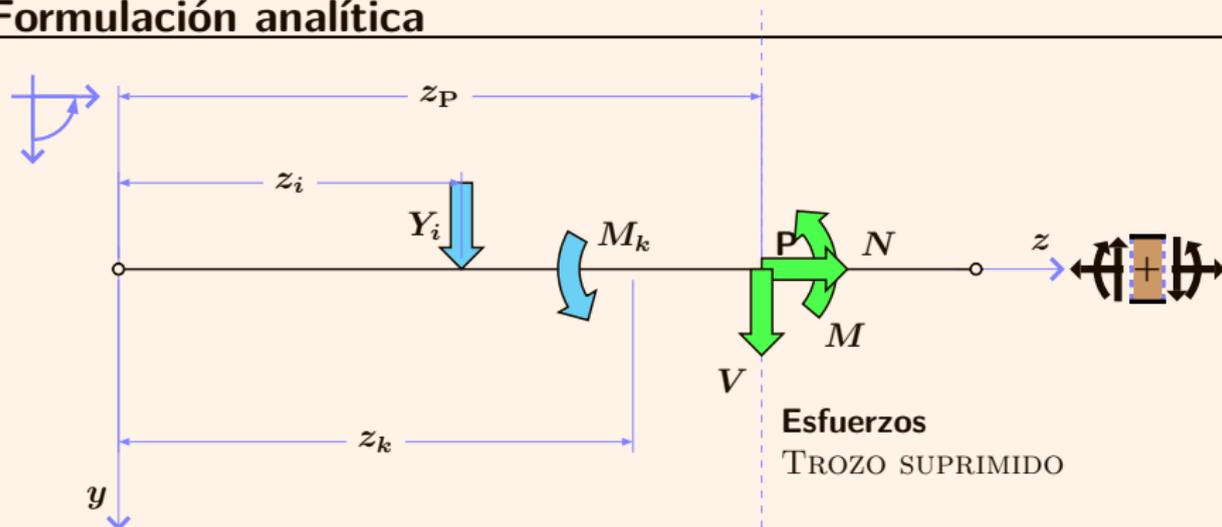
Formulación analítica



Ecuación para el diagrama de esfuerzos normales:

$$N(z_P) = - \sum_{z_j \leq z_P} Z_j$$

Formulación analítica

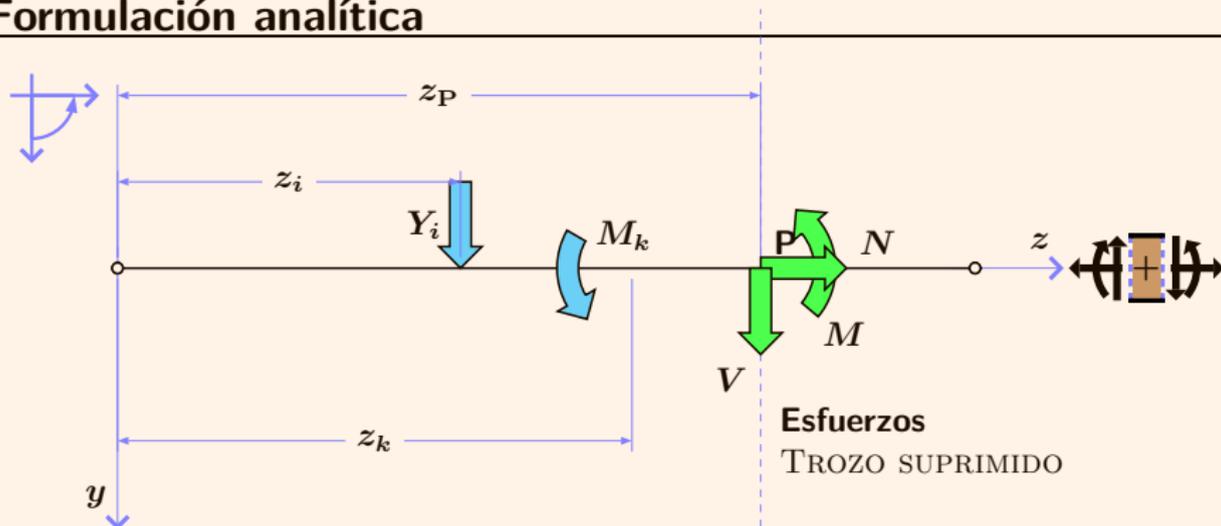


Ecuaciones para los diagramas de la flexión simple:

$$V(z_P) = - \sum_{z_i \leq z_P} Y_i$$

$$M(z_P) = - \sum_{z_i \leq z_P} Y_i \cdot (z_P - z_i) - \sum_{z_k \leq z_P} M_k$$

Formulación analítica



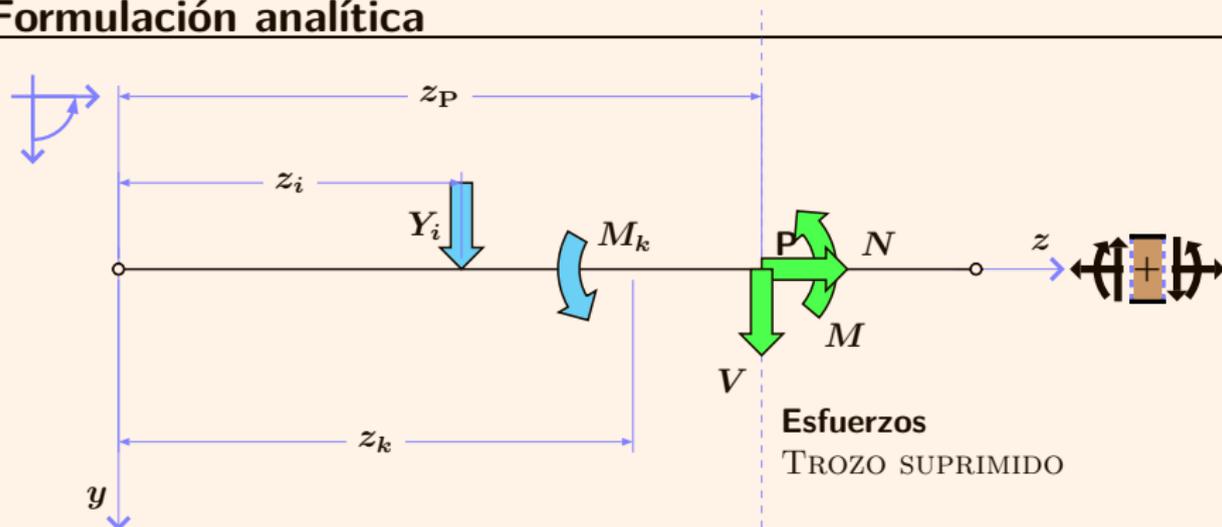
Ecuaciones para los diagramas de la flexión simple:

$$V(z_P) = - \sum_{z_i \leq z_P} Y_i$$

$$M(z_P) = - \sum_{z_i \leq z_P} Y_i \cdot (z_P - z_i) - \sum_{z_k \leq z_P} M_k$$

derivando...

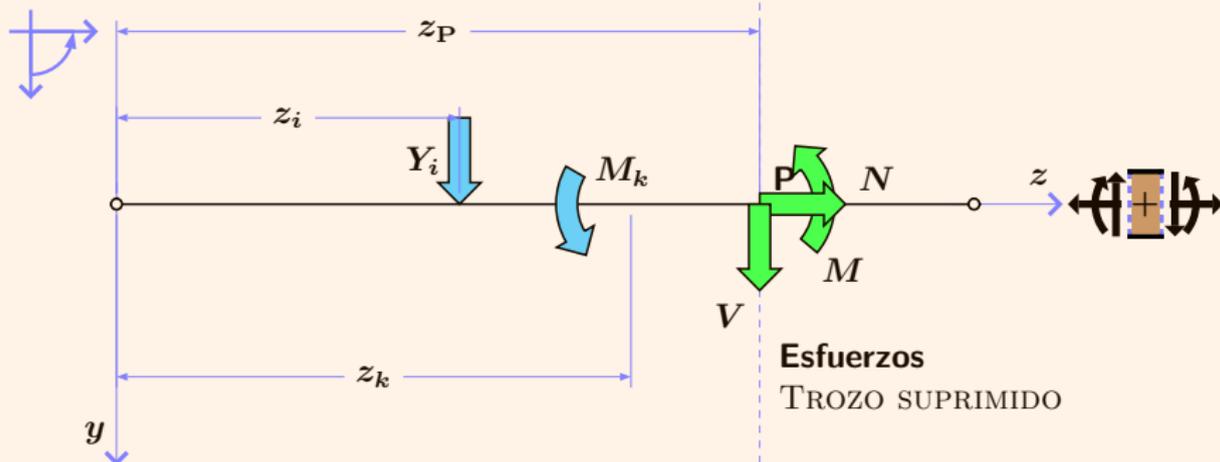
Formulación analítica



$$V(z_P) = - \sum_{z_i \leq z_P} Y_i$$

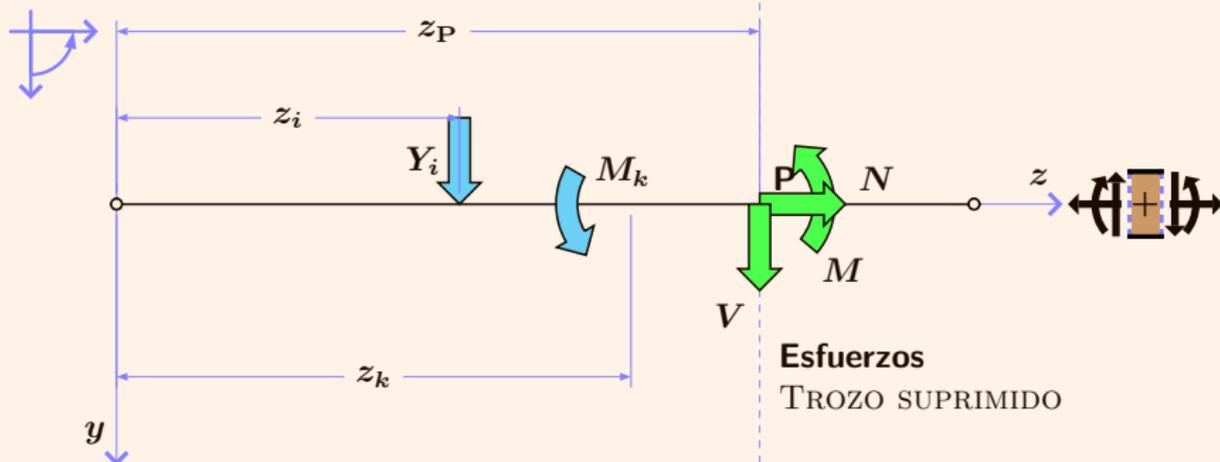
$$\frac{\partial M(z_P)}{\partial z_P} = - \sum_{z_i \leq z_P} Y_i = V(z_P)$$

Formulación analítica



$$M(z) = H \cdot y(z) \quad \frac{\partial M(z)}{\partial z} = V(z) = H \cdot y'(z)$$

Formulación analítica

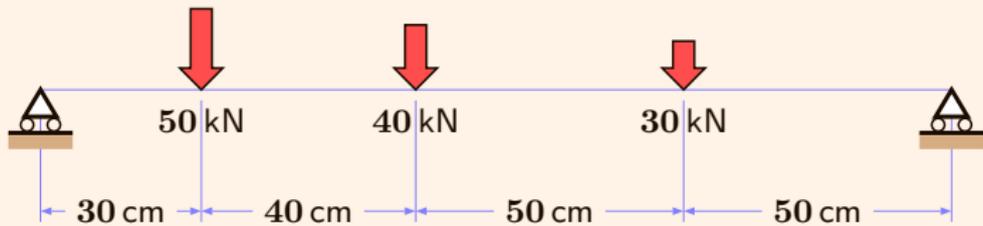


$$M(z) = H \cdot y(z) \quad \frac{\partial M(z)}{\partial z} = V(z) = H \cdot y'(z)$$

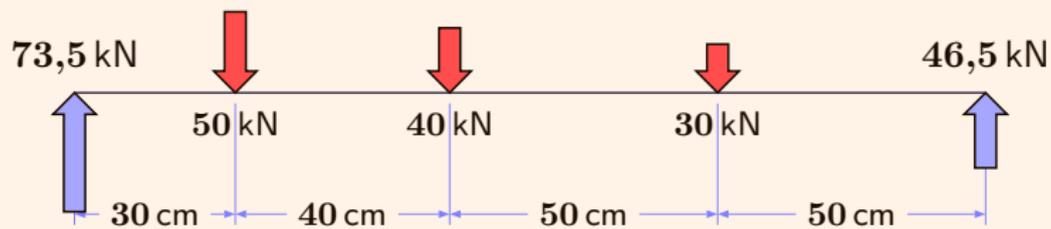
$$M(z_c) = - \int_0^{z_c} p_y(z_c - z) dz \quad V(z_c) = - \int_0^{z_c} p_y dz$$

$$\frac{\partial^2 M(z_c)}{\partial z_c^2} = \frac{\partial V(z_c)}{\partial z_c} = -p_y$$

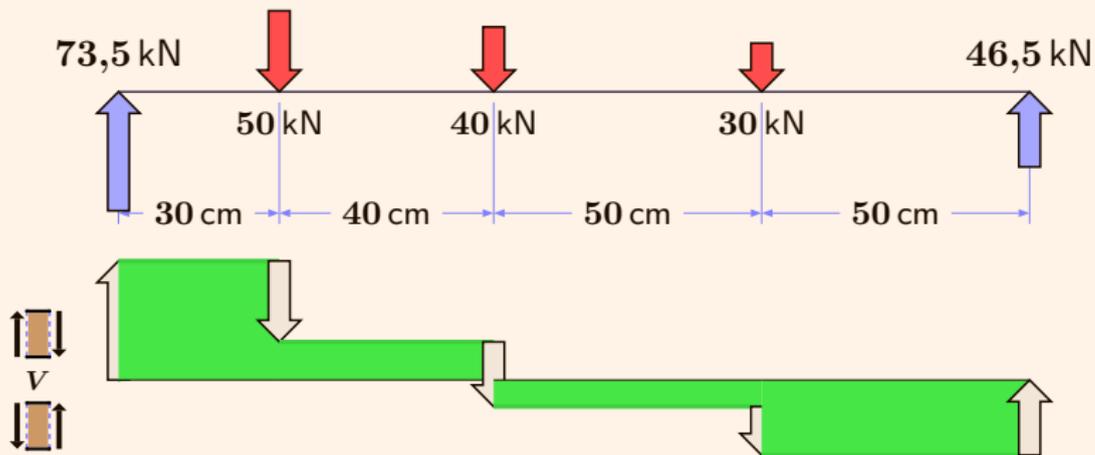
Tres cargas entre dos apoyos



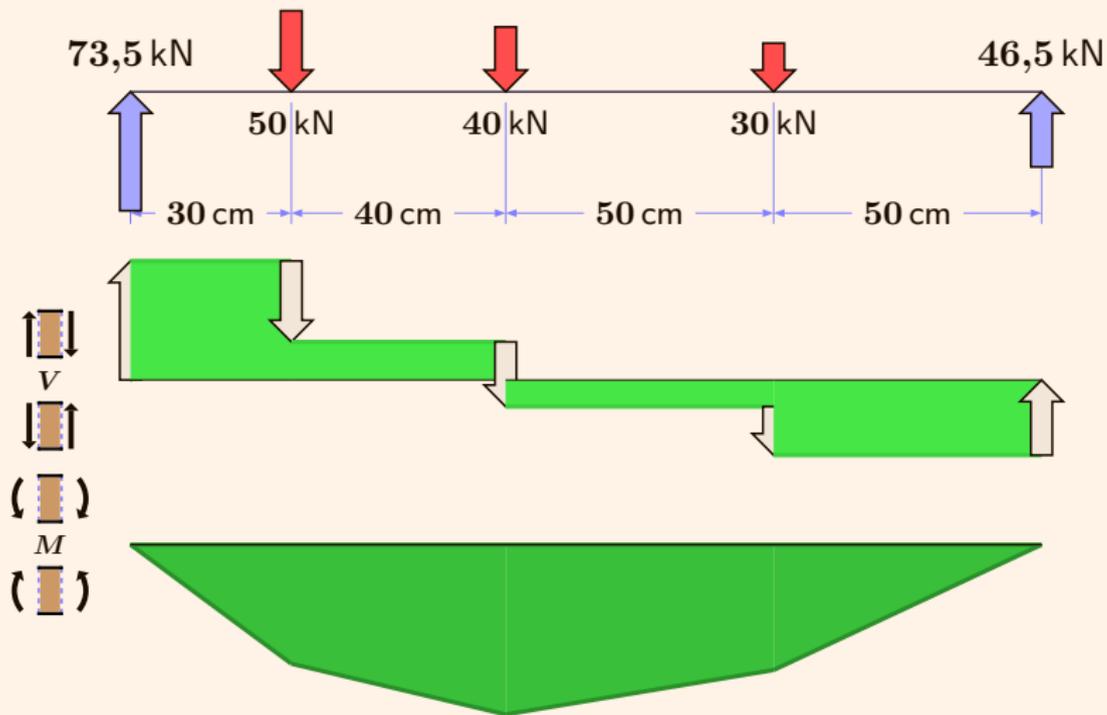
Tres cargas entre dos apoyos



Tres cargas entre dos apoyos



Tres cargas entre dos apoyos



**Diagramas de esfuerzos
(Funiculares como diagramas)**

Mariano Vázquez Espí

GIAU+S (UPM)

Grupo de Investigación en Arquitectura, Urbanismo y Sostenibilidad

Universidad Politécnica de Madrid

<http://habitat.aq.upm.es/gi>

Edición del 22 de octubre de 2010

Compuesto con *free software*:
GNULinux/L^AT_EX/dvips/ps2pdf

Copyright © Vázquez Espí, 2010