UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN

ESTRUCTURAS 1. PLAN 2010

CURSO 2013-14. SEMESTRE DE PRIMAVERA

POLITÉCNICA

SOLUCIONES ESTRUCTURALES FUNICULARES. ANÁLISIS Y RESISTENCIA	Práctica 05

DESCRIPCIÓN

Se trata de analizar las condiciones de **equilibrio general y parcial** de una **cubierta colgada de cables, de forma funicular, separados una distancia de S** m entre sí (se denominarán **cables principales**). Cada cable funicular está **vinculado a dos pilares en B y C** que se sitúan a una distancia **L** m. Así mismo, se dispone un **voladizo de longitud Lv** m. **colgado de cables situados en los mismos planos que los anteriores.** Estos últimos cables se anclan a los pilares, situados en B. Las losas que conforman la cubierta se vinculan con los pilares tal y como se indica mas adelante, no existiendo continuidad entre la que cubre el voladizo y las que cubren el interior de la nave.

Los cables pasarán por los puntos A, B y C, indicados en la figura. Su forma se diseñará cumpliendo las siguientes condiciones:

- **Los vínculos entre los distintos tramos de las losas y los pilares sólo darán lugar a reacciones horizontales**
- **El tramo de cable entre los pilares B y C será un funicular con un descuelgue máximo de L/3, es decir estará inscrito en un rectángulo de proporciones (1, 1/3).**

Se entiende que la estructura está sometida únicamente a las cargas estáticas indicadas, y que el estudio se realizará de acuerdo con las simplificaciones dadas en el texto, completadas por las que pudiera aportar el profesor en su momento.

Únicamente se considerarán las **acciones** debidas a los pesos propios y las sobrecargas siguientes:

La cubierta de la nave se forma con una **losa maciza de hormigón armado de 25 cm de espesor**, sustentada por vigas (de peso despreciable) colgadas de los cables como se indicó anteriormente.

Los pilares están construidos con **hormigón armado de sección constante** suficientemente segura. En el diseño de estos, se habrá tenido en cuenta el importante efecto de los empujes del funicular sobre la estabilidad de los pilares, mediante soluciones apropiadas, cuyo estudio no es objeto de esta práctica .

El peso propio de los cables se considera despreciable

Sobrecarga de nieve por cada metro cuadrado en planta de la cubierta **qn** kN/m^2

No se considera la posible sobrecarga debida a la presión del viento.

DATOS

Los datos geométricos de la cubierta y sus pilares son los siguientes:

L = 16+ 0,5 X m. **Lv = 5,0 - 0,1 Y** m. **s = 3,6 + 0,1 Y** m **H = 12 + 0,1 Y** m
18,25 4,55 4,05 12,45

El peso propio por cada metro cuadrado de la losa de cubierta **g** kN/m^2 se calculará en función de su espesor y del peso específico del hormigón. Peso específico del hormigón armado: ρ_h **= 25** kN/m^3

La sobrecarga de nieve tiene el siguiente valor : **qn = 1,2 + 0,2 X** kN/m^2 2,1 kN/m^2

Pesos específicos y características de los materiales siguientes, en su caso:

El **material** empleado en los cables es acero B500 con una **resistencia segura** a tensión normal f_S **= 330** N/mm^2

Cada cable está formado por **n redondos** de diámetro **Φ = 8 + Y** mm = ~~18 mm~~. 12,5 mm $A_\phi = 123\ mm^2$.

CONSTRUCCIÓN

Los elementos verticales que suspenden la losa del **voladizo** de los **cables principales** se encuentran suficientemente próximos como para **suponer,** en una primera aproximación, que la **carga que actúa sobre los cables es continua y uniforme**.

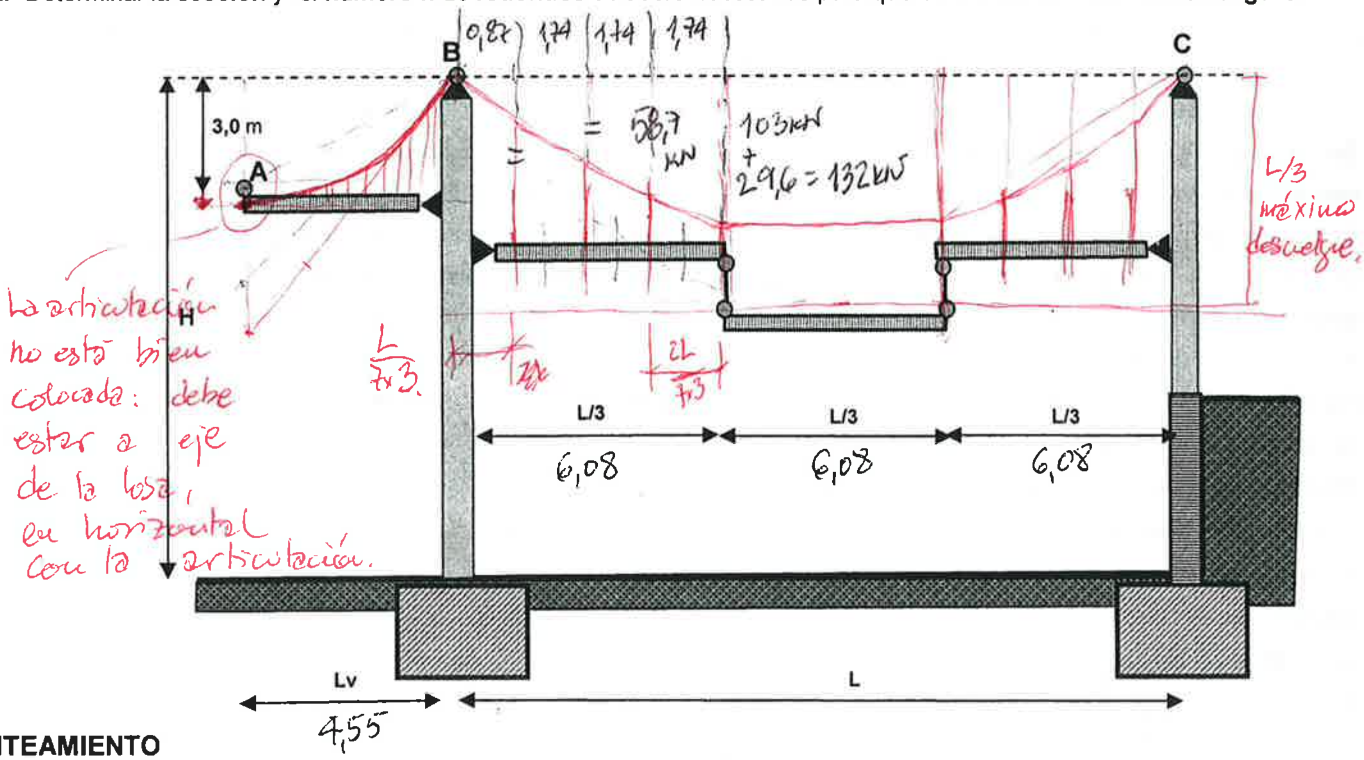
El **tramo central** de la losa de cubierta, correspondiente a un lucernario, cuelga de los cables principales, **únicamente por medio de los 2 elementos verticales situados en sus extremos**, tal y como se indica en la figura. Se puede **suponer,** por tanto, que la **carga de este tramo que actúa sobre los cables principales les trasmite sendas cargas puntuales** a través de los elementos de suspensión.

Las losas **izquierda y derecha del tramo BC se cuelgan de los cables principales con 4 elementos de suspensión verticales,** cada una de ellas, separados uniformemente a excepción de los más próximos a ambos pilares, en que será la mitad, para lo cual hay que dividir el tramo en 3,5 espacios iguales. Se asume que cada elemento vertical trasmite a los cables superiores la carga existente en una banda de cubierta de una anchura igual a la distancia entre dichos cables verticales, y un fondo de S m.

what?

SE PIDE

1. **Dibujar a escala el trazado funicular** de los cables en los **tramos A-B y B-C** de la forma más aproximada posible
2. El valor de la **reacción horizontal** en el **anclaje A,** en kN.
3. El valor de la **reacción izquierda en el anclaje B**, cable AB, así como el de sus componentes vertical y horizontal, en kN.
4. El valor de la **reacción derecha en el anclaje B**, cable BC, así como el de sus componentes vertical y horizontal, en kN.
5. El valor de la **acción resultante total sobre el pilar B** así como el de sus componentes vertical y horizontal, en kN.
6. El valor del **empuje** y de la **reacción en el anclaje C**, así como el de su componente vertical, en kN.
7. El valor, en kN, del **esfuerzo normal máximo** (~~solicitación~~) en el **tramo de cable A-B**
8. El valor, en kN, del **esfuerzo normal mínimo** en el **tramo de cable B-C**
9. El valor, en kN, del **esfuerzo normal máximo** en el **tramo de cable B-C**
10. El valor, en kN, del **esfuerzo normal en una sección X,** situada en el **tramo B-C** del cable, **a una distancia horizontal de 3,0 m del punto C**
11. Determinar el valor del **descuelgue** del cable **en la sección X** a una **distancia horizontal de 3,0m del punto C**
12. Determinar la **sección** y el **número n de redondos** de acero necesarios para que el **tramo** B-C del cable sea **seguro**



PLANTEAMIENTO

Para el trazado del polígono funicular, si se tienen acciones uniformes en kN/m, se trocea la carga y se sustituye por resultantes parciales (cargas puntuales en kN) situadas en su línea de acción. Se elegirá una escala de fuerzas y otra de longitudes. Se representarán las fuerzas a escala en valor y posición.

Para comenzar por un tramo (AB o BC), se trazará un polígono de fuerzas cerrado para las cargas conocidas, eligiendo un polo O arbitrario a una distancia polar también arbitraria. **En el voladizo**, la **acción del cable sobre la losa del voladizo en A se considera horizontal**. Se determinará el valor de las reacciones del polígono de fuerzas. Se realizará el funicular correspondiente al polo O. Para que la línea de cierre del polígono funicular pase por 2 puntos fijados, se volverá a realizar el proceso anterior eligiendo un nuevo polo O' de modo que se cumpla la citada condición. (Un procedimiento alternativo del anterior, si no se quiere realizar dos veces el trazado del funicular, es obtener el valor de las componentes verticales de las reacciones por métodos analíticos, conocidos estos valores se podrá trazar una paralela a la línea de cierre en el polígono de fuerzas en la que se situará el polo O' a la distancia polar H). Una vez trazado el funicular, si se considera este como posición de equilibrio del cable y se desea modificar el descuelgue y' de algún punto por un valor fijado "y", bastará trazar un nuevo funicular con polo O'' a una distancia H''= H' (y '/ y''). Nótese que la **última distancia** polar obtenida será la que permita trazar **los funiculares.**

En las zonas donde se han sustituido las cargas uniformes por puntuales, se inscribirá una curva tangente a los lados del polígono funicular trazado, obteniendo la curva funicular buscada.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN

POLITÉCNICA

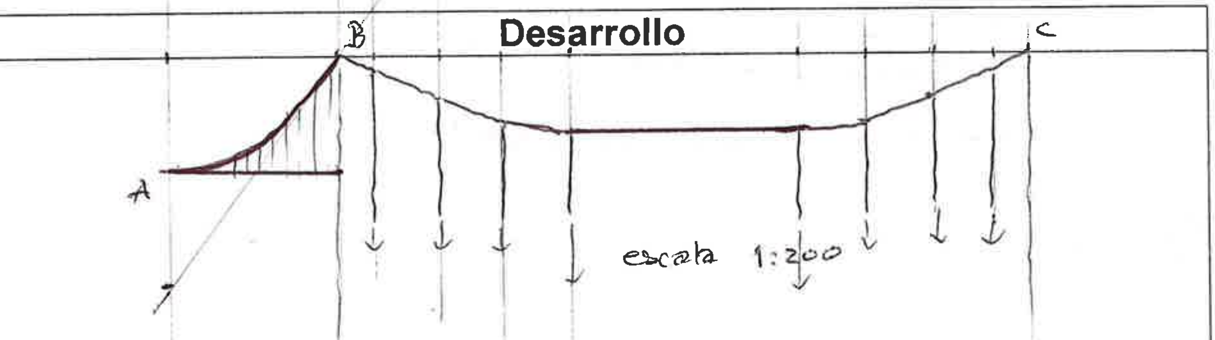
ESTRUCTURAS 1. PLAN 2010

CURSO 2013-14. SEMESTRE DE PRIMAVERA

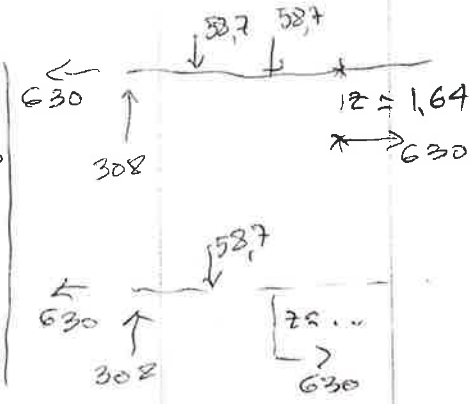
SOLUCIONES ESTRUCTURALES FUNICULARES. ANÁLISIS Y RESISTENCIA		Practica 05
APELLIDOS, Nombre	Nº Expte	

Pregunta | **Desarrollo**

1



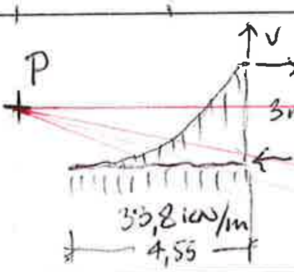
Cálculo analítico de cotas para el plano definitivo →



2

Solución

117 kN



$H = (4{,}55\,m^2) \times 33{,}8\,\frac{kN}{m} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3m} = 117\,kN$

$V = 156\,kN$ (toda la carga)

$|\vec{H} + \vec{V}| = 193\,kN$

3

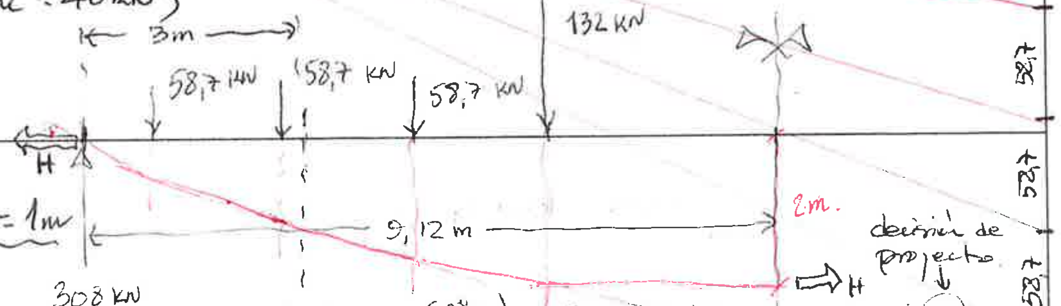
H = 117 kN

V = 156 kN

Solución

193 kN

(escala polígono vectorial 1cm = 40 kN)



4

H = 630

V = 308

Solución

701 kN

$58{,}7 \times 3 \times \left(1{,}74m \times 2 + \frac{6{,}08m}{2}\right) + 132\,kN \times 3{,}04m - 308\,kN \times 9{,}12m + H\,(2m) = 0$

$H = 630\,kN$ H 20+ kN para descuelgue menor de 6,08 m $\left(\frac{L}{3}\right)$

5

H = 513

V = 464

Solución

692 kN

¡ojo!

La reacción horizontal del soporte es fuerte y podría disminuirse con el descuelgue máximo de 6,08 m hasta H' = 90 kN con V = 464 kN y una reacción total de 472 kN.

6 H=630 V=308 **Solución** 701 kN	Como en 4, por simetría.
7 193 **Solución** 193 kN	Igual a la reacción, ver 2.
8 **Solución** 630 kN	Igual a H en el tramo horizontal.
9 **Solución** 701 kN	Igual a 6 ó 4. 705 kN en el polígono vectorial a escala.
10 **Solución** 660 kN	Medido en el polígono vectorial a escala.
11 **Solución** ~ 1,2 m	Medido a escala en el plano, v. dibujo en 4.
12 **Solución** 18	$\dfrac{701\ kN}{330\ N/mm^2} = 2.124\ mm^2$ (área mínima) $n = \dfrac{2.124\ mm^2}{123\ mm^2} = 17,27$ mínimo número de alambres.

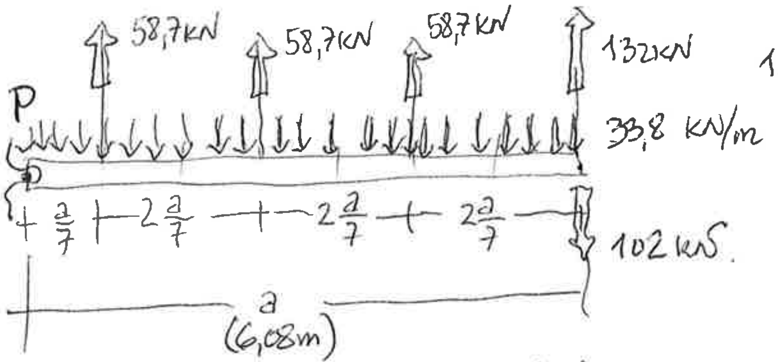
NOTA IMPORTANTE.

El reparto de cargas sobre los 4 cables que sostienen las losas a la derecha y a la izquierda del funicular central (tramo BC) sugerido por el enunciado es incorrecto.

¿La razón? No hay equilibrio.

$$58{,}7\,kN = 33{,}8\,\frac{kN}{m} \times \frac{2a}{7}$$

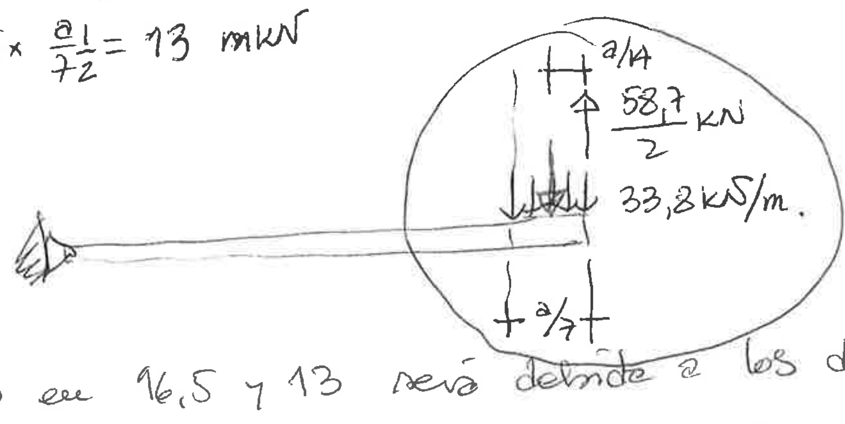
$$132\,kN = \frac{58{,}7}{2} + 102\,kN$$



$$\sum M_P = 0 \qquad 33{,}8\,\frac{kN}{m} \times \frac{a^2}{2} - 58{,}7\,kN \times 3 \times \left(\frac{3a}{7}\right) - 132\,kN \cdot a + 102 \cdot a =$$

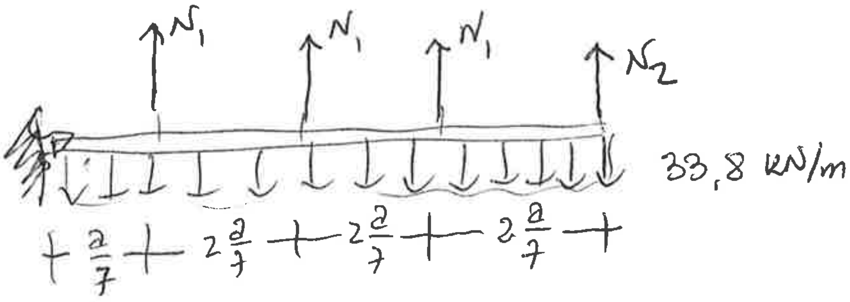
$$= -16{,}5\ kN \neq 0$$

El error no es numéricamente importante pero conceptualmente sí: en la figura se ve que $\frac{58{,}7}{2}\,kN$ no es estáticamente equivalente al trozo de $\frac{a}{7}$ de la carga de $33{,}8\,\frac{kN}{m}$; de hecho forman un par de valor $\frac{58{,}7}{2}\,kN \times \frac{a}{7}\frac{1}{2} = 13\ mkN$



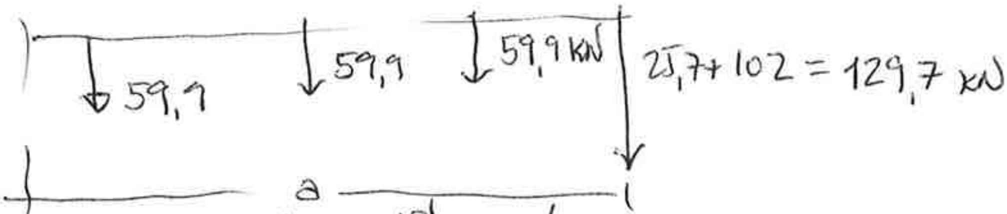
(La diferencia en 16,5 y 13 será debida a los decimales)

Una solución es asignar cargas a los 4 cables de forma que haya equilibrio tanto vertical como de momentos.



$$\left.\begin{aligned} 3N_1 + N_2 &= 33{,}8\ \text{kN/m} \times a \\ 3N_1 \cdot \frac{3a}{7} + N_2 \cdot a - 33{,}8\,\frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{a^2}{2} &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} N_1 &= 59{,}9\ \text{kN} \\ N_2 &= 25{,}7\ \text{kN} \end{aligned}$$

y las cargas sobre el funicular son ahora.



es decir, ligeramente diferentes.

Debo esta pertinente observación a Enrique Morillo. También Guillermo Aguado se percató del problema. Ambos (al menos) acertaron a repartir la carga de la losa entre los cuatro cables conservando el equilibrio

Debe notarse que el desequilibrado reparto de cargas sugerido por el enunciado se emplea a menudo en la vida real, confiando en que el error que se comete es pequeño y sin importancia...