



POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN  
**ESTRUCTURAS 1. PLAN 2010**  
CURSO 2013-14. SEMESTRE DE PRIMAVERA



**SÓLIDO DEFORMABLE. GEOMETRÍA, COMPATIBILIDAD Y ROTURA**

**Práctica 04**

**DESCRIPCIÓN**

Se trata de analizar las condiciones de equilibrio general y deformación de una cubierta colgada de tirantes separados una distancia de  $S$  m entre sí. Las losas que conforman la cubierta cuelgan de los tirantes que están vinculados a una viga indeformable superior y a pilares situados a una distancia  $L$  m. Así mismo, se dispone un voladizo de longitud  $L_v$  m, igualmente vinculado a la viga y los pilares. Dichas losas de cubierta se vinculan con los pilares tal y como se indica en el dibujo que se acompaña, no existiendo continuidad entre la que cubre el voladizo y las que cubren el interior de la nave. Obsérvese que en la losa  $a$  el vínculo es una articulación y en la losa  $d$  un apoyo deslizando, mientras que la  $b$  no tiene ningún vínculo con el pilar, por lo que sufrirá necesariamente un movimiento horizontal, cuya magnitud es uno de los objetos de este trabajo.

Únicamente se considerarán las acciones debidas a los pesos propios y las sobrecargas siguientes:

La cubierta de la nave se forma con una losa maciza de hormigón armado de 25 cm de espesor, sustentada por vigas (de peso despreciable) colgadas de los cables como se indicó anteriormente.

Los pilares están contruidos con piezas de hormigón armado de sección constante, suficientemente segura.

El peso propio de los cables se considera despreciable

Sobrecarga de nieve por cada metro cuadrado en planta de la cubierta  $q_n$  kN/m<sup>2</sup>

No se considera la posible sobrecarga debida a la presión del viento.

**DATOS**

Los datos geométricos de la cubierta y sus pilares son los siguientes:

$L = 16 + 0,5 X$  m.     $L_v = 5,0 - 0,1 Y$  m.     $s = 3,6 + 0,1 Y$  m     $H = 12 + 0,1 Y$  m

El peso propio por cada metro cuadrado de la losa de cubierta  $g$  kN/m<sup>2</sup> se calculará en función de su espesor y del peso específico del hormigón que se facilita más adelante

La sobrecarga de nieve tiene el siguiente valor

$q_n = 1,2 + 0,2 X$  kN/m<sup>2</sup> = 2,1 kN/m<sup>2</sup>

Pesos específicos y características de los materiales siguientes, en su caso:

Peso específico del hormigón armado:  $\rho_h = 25$  kN/m<sup>3</sup>

El material empleado en las barras atirantadas (tirantes) es acero S275 que tiene una resistencia segura de  $f_s = 190$  N/mm<sup>2</sup>, su límite elástico es  $f_y = 275$  N/mm<sup>2</sup>, y su módulo de rigidez es  $E = 200$  kN/mm<sup>2</sup>.

Los perfiles elegidos para los tirantes serán tubos cuadrados huecos que se definen por su lado "a" según una serie de múltiplos de 5 mm, y cuya sección tiene un área  $A = 0,19 a^2$



$a = 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, \dots$  mm

**SE PIDE**

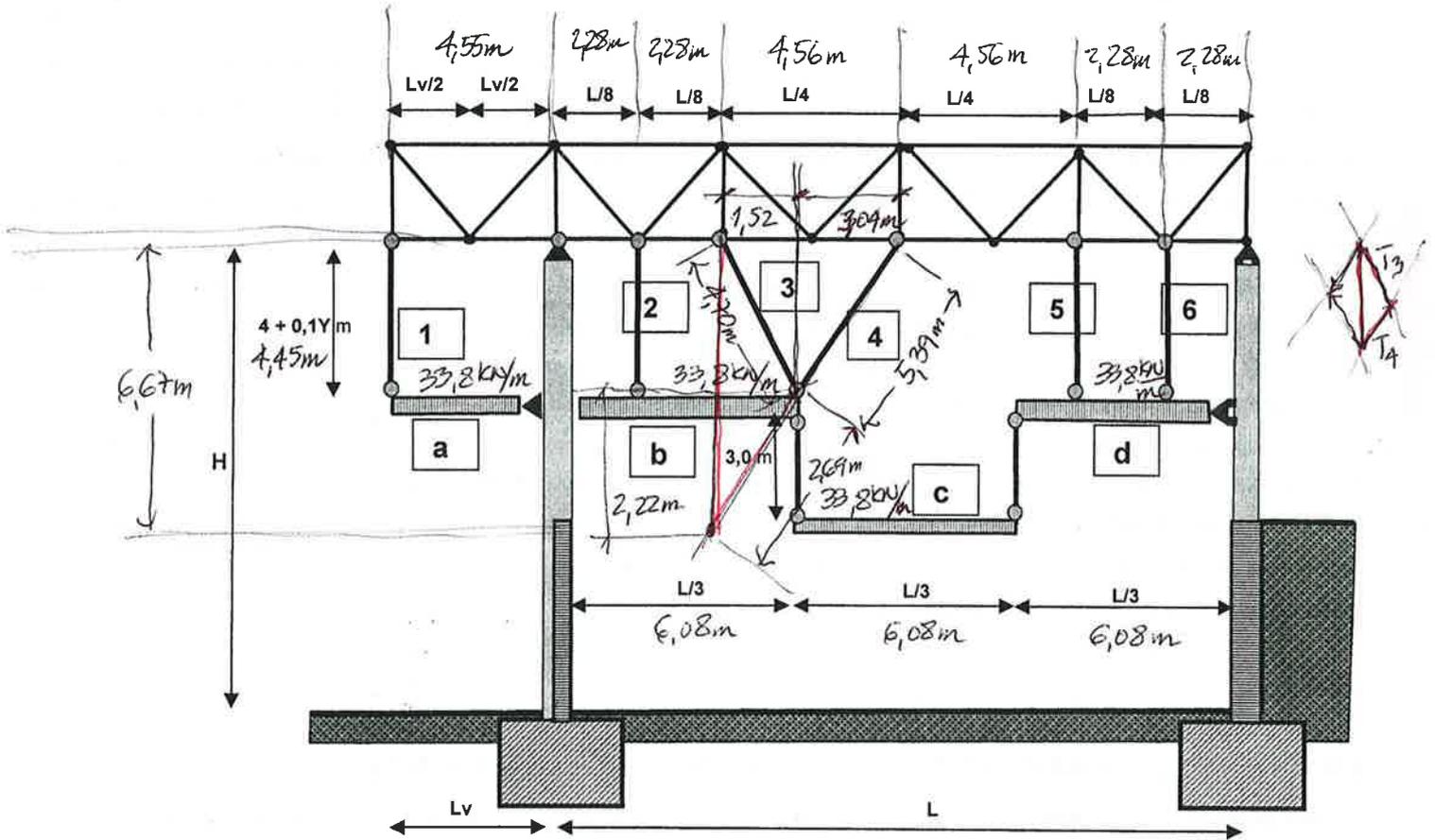
**Para la losa del voladizo**

1. Dimensionar el tirante 1 que soporta la losa indicando el área,  $A$ , estrictamente necesaria por resistencia para la sección en mm<sup>2</sup> y el lado,  $a$ , del tubo elegido entre los disponibles.
2. Alargamiento  $\Delta L$ , en mm, de la barra dimensionada en 1 con el tubo correspondiente.
3. Determinar el giro  $\theta$  de la losa en milésimas de radián
4. Dibujar a escala, la geometría inicial del conjunto (losa a, tirante 1) y sobre ella su posición final deformada.

**Para la losa izquierda del interior del vano**

5. Dimensionar los tirantes 2, 3 y 4, que soportan la losa indicando las secciones en mm<sup>2</sup> y lados de los 3 tubos necesarios por resistencia en cada caso.

- Alargamiento  $\Delta L$ , en mm, de cada una de las 3 barras.
- Determinar el **descenso**  $v_{34}$  en mm existente en el punto de anclaje de los tirantes 3 y 4 con la losa, para los tubos dimensionados previamente por resistencia.
- Determinar el valor y signo (+ hacia la derecha) del **desplazamiento horizontal**  $u_{34}$  en mm existente en el punto de anclaje de los tirantes 3 y 4 con la losa, para los tubos dimensionados previamente por resistencia.
- Dibujar a escala** la geometría inicial del conjunto (losa b, tirantes 2, 3 y 4) y sobre ella su posición final deformada.



**Para la losa derecha del interior del vano**

- Dimensionar los tirantes 5 y 6 que soportan la losa indicando las **secciones** en  $\text{mm}^2$  y el tubo necesario por resistencia utilizando, en este caso, el mismo dimensionado para ambos tirantes.
- Alargamiento  $\Delta L$ , en mm, de cada barra.
- Determinar el **descenso**  $v_d$  en mm existente en el centro de gravedad de la losa d, para el dimensionado anterior.
- Dibujar a escala** la geometría inicial del conjunto (losa d, tirantes 5 y 6) y sobre ella su posición final deformada.

**ROTURA: Para la losa izquierda del interior del vano, tramo b, cables 2, 3 y 4**

- Para el tramo b, cables 2, 3 y 4, indicar cual sería el primer cable en llegar a plastificación.
- Indicar cual sería el valor en  $\text{kN/m}^2$  de la sobrecarga  $qu$  con la que se produce el colapso del tramo.
- Coeficiente de seguridad para el tramo b, entendido como  $(g+qu) / (g+q)$

**PLANTEAMIENTO**

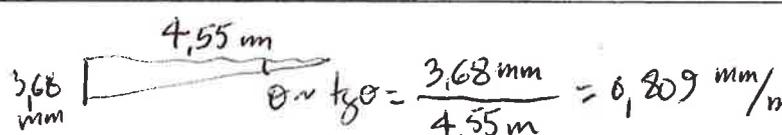
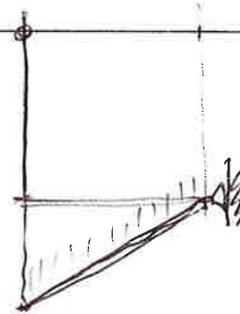
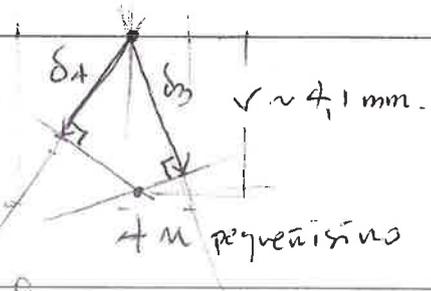
Se considera que las losas y la viga superior se comportan como sólidos indeformables. Todos los esquemas representados están estáticamente determinados. Por lo tanto, para obtener las reacciones de los tramos y los esfuerzos de cada barra es suficiente plantear las ecuaciones de equilibrio. Para obtener los desplazamientos de puntos de la estructura se utilizará la "hipótesis de muy pequeños movimientos" y se planteará la compatibilidad de movimientos y, en su caso, se aplicará el principio de los trabajos virtuales.

Se entiende que el colapso de la estructura tiene lugar en el momento en que se produce la rotura de uno de sus tramos. Para ello basta considerar que un número de barras suficiente llega a su límite elástico al aumentar paulatinamente la sobrecarga.



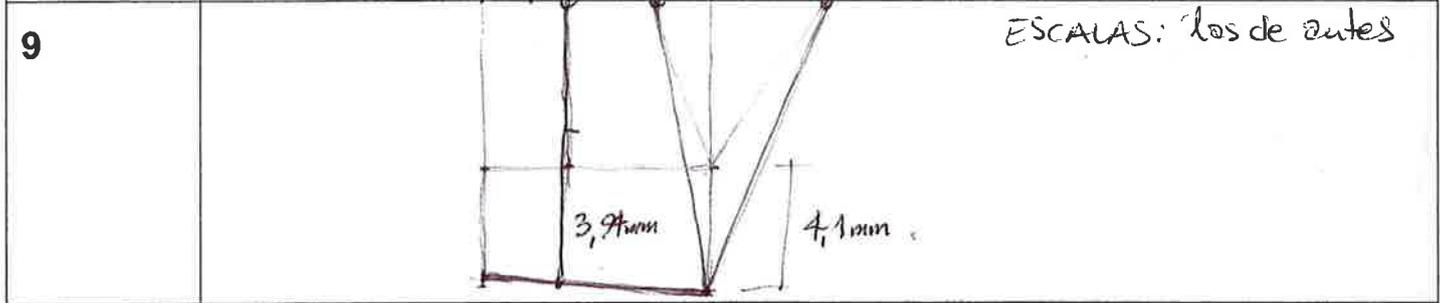
**ESTRUCTURAS 1. PLAN 2010**  
CURSO 2013-14. SEMESTRE DE PRIMAVERA

|   |  |             |
|---|--|-------------|
| SÓLIDO DEFORMABLE. GEOMETRÍA, COMPATIBILIDAD Y ROTURA |  | Práctica 04 |
| ALUMNO, Apellidos:                                    |  | Nº Expte    |

| Pregunta | Desarrollo   |
|----------|--|
| 1        | $q = 6,25 \text{ kN/m}^2$ $q_n = 2,1 \text{ kN/m}^2$ $S = 4,05 \text{ m}$<br>$\uparrow T_1 = 76,9 \text{ kN}$ $(q + q_n) \times S = 33,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$<br>$\downarrow 33,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \times 4,55 \text{ m} = 154 \text{ kN}$<br>$A \geq \frac{154 \text{ kN}}{190 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 810 \text{ mm}^2 \Rightarrow \Delta > 65,3 \Rightarrow \Delta = 70 \text{ mm}$<br><i>Aquí hay un error: ¿Cuál?</i>  |
| Solución | $\Delta = 70 \text{ mm}$ $A = 931 \text{ mm}^2$ $\delta_1 = \frac{154 \text{ kN}}{931 \text{ mm}^2 \times 200 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}} \times 4,45 \text{ m} = 3,68 \text{ mm}$  |
| 2        | $\Delta = 70 \text{ mm}$ $A = 931 \text{ mm}^2$ $\delta_1 = \frac{154 \text{ kN}}{931 \text{ mm}^2 \times 200 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}} \times 4,45 \text{ m} = 3,68 \text{ mm}$  |
| Solución | 3,68 mm  |
| 3        | <br>$\theta \sim \tan \theta = \frac{3,68 \text{ mm}}{4,55 \text{ m}} = 0,809 \text{ mm/m}$   |
| Solución | 0,809 mm/m   |
| 4        | <p>DIBUJO A ESCALAS <math>\frac{1}{3}</math></p>  <p>logj, todos 1cm = 2m<br/>movimientos 1cm = 25mm</p>   |
| 5        | <p>Amic a</p> $T_2 = 165 \text{ kN}$<br>$\uparrow (T_3 + T_4) = 144 \text{ kN}$<br>$2,28 \text{ m}$ $206 \text{ kN}$ $\downarrow 33,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \times \frac{6,08 \text{ m}}{2} = 103 \text{ kN}$<br>$(33,8 \text{ kN/m} \times 6,08 \text{ m})$<br>ver enunciado: semejanza de triángulos<br>$T_3 \uparrow T_4 \downarrow 144 \text{ kN}$<br>$\frac{T_3}{4,70 \text{ m}} = \frac{144 \text{ kN}}{6,67 \text{ m}} ; T_3 = 101 \text{ kN}$<br>$\frac{T_4}{2,69 \text{ m}} = \frac{144 \text{ kN}}{6,67 \text{ m}} ; T_4 = 58,1 \text{ kN}$ |
| Solución | $\#70$ $A: 931 \text{ mm}^2$ $\delta_2 = (165 \text{ kN} / 931 \text{ mm}^2 / 200 \text{ kN/mm}^2) \times 4,45 \text{ m} = 3,942 \text{ mm}$<br>$\#55$ $A: 575 \text{ mm}^2$ $\delta_3 (101 \text{ kN}) = 3,91 \text{ mm}$<br>$\#45$ $A: 385 \text{ mm}^2$ $\delta_4 (58,1 \text{ kN}) = 3,36 \text{ mm}$  |
| 6        | $\#70$ $A: 931 \text{ mm}^2$ $\delta_2 = (165 \text{ kN} / 931 \text{ mm}^2 / 200 \text{ kN/mm}^2) \times 4,45 \text{ m} = 3,942 \text{ mm}$<br>$\#55$ $A: 575 \text{ mm}^2$ $\delta_3 (101 \text{ kN}) = 3,91 \text{ mm}$<br>$\#45$ $A: 385 \text{ mm}^2$ $\delta_4 (58,1 \text{ kN}) = 3,36 \text{ mm}$  |
| Solución | $\#70$ $A: 931 \text{ mm}^2$ $\delta_2 = (165 \text{ kN} / 931 \text{ mm}^2 / 200 \text{ kN/mm}^2) \times 4,45 \text{ m} = 3,942 \text{ mm}$<br>$\#55$ $A: 575 \text{ mm}^2$ $\delta_3 (101 \text{ kN}) = 3,91 \text{ mm}$<br>$\#45$ $A: 385 \text{ mm}^2$ $\delta_4 (58,1 \text{ kN}) = 3,36 \text{ mm}$  |
| 7        | <p>Solución gráfica (lo más práctico)</p>  <p><math>\delta \sim 4,1 \text{ mm}</math><br/>         DIBUJO A ESCALA.<br/>         1cm = 2mm.<br/>         + M requerimiento</p> <p>Solución analítica</p> $\delta_3 = u \times \frac{1,52}{4,70} + v \times \frac{4,45}{4,70}$<br>$\delta_4 = -u \times \frac{3,04}{5,39} + v \times \frac{4,45}{5,39}$<br>$u = 0,052 \text{ mm}$<br>$v = 4,1 \text{ mm}$<br>(a posteriori)  |
| Solución | $\sim 4,1 \text{ mm}$  |

— / —

8  
 pequenísimo  $\approx 0,4 \text{ mm}$  ANALITICAMENTE,  $0,06 \text{ mm}$   
 Solución  $\approx 0,4 \text{ mm}$



10  $A(\text{mm}^2)$  3(m)  
 (5) 1265 85  
 (6) 362 45  
 Solución

$T_5 = 68,7 \text{ kN}$  #45  $A = 385 \text{ mm}^2$   
 $T_5 = 240 \text{ kN}$  #85  $A = 1373 \text{ mm}^2$   
 $(\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0)$

¡DISTINTO DIMENSIONADO!

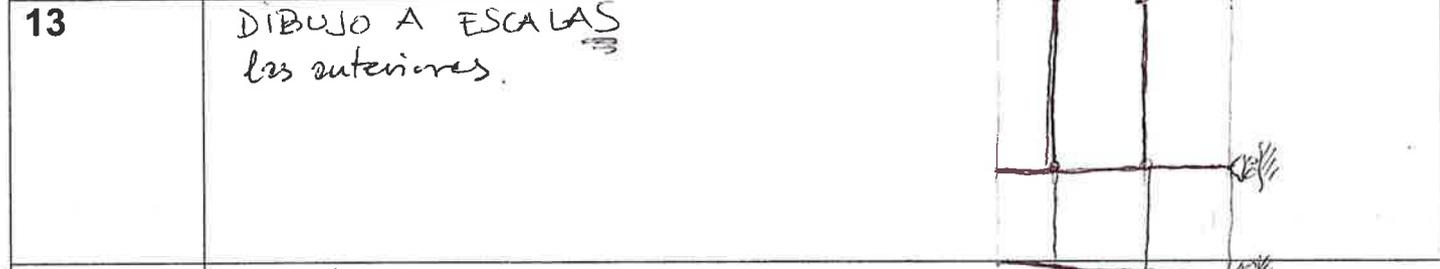
11  $\delta(\text{mm})$   
 (5) 3,89  
 (6) 3,97  
 Solución

Como en (2) y (6)

¡DISTINTO DIMENSIONADO!  
 (PERO EL ENUNCIADO PEDÍA EL MISMO.)

12

$v_d = 3,89 \text{ mm} + \theta \times \left( \frac{6,08 \text{ m}}{2} - 1,52 \text{ m} \right)$   
 $= 3,94 \text{ mm}$   
 $\theta = 0,036 \text{ mrad}$



14 Solución cable (2)

$J_2 = \frac{165 \text{ kN}}{331 \text{ mm}^2} = 177 \text{ N/mm}^2$    
 $\sigma_3 = 176 \text{ N/mm}^2$    
 $\sigma_4 = 151 \text{ N/mm}^2$

15

$\gamma = \frac{275}{177} = 1,552$    
 $(q + q_u) = \left( 0,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} + q_u \right) = 1,552 \times \left( 0,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} + 2,1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)$   
 $q_u = 6,71 \text{ kN/m}^2$

Solución  $6,71 \text{ kN/m}^2$

16

Solución  $1,552$

© Copyleft Vázquez 2014