Un problema arquitectónico sobre funiculares

Sea un hilo indeformable de peso nulo entre dos puntos fijos en un plano zy, $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ ($z_{\mathbf{A}} < z_{\mathbf{B}}$), de los que se han colgado N pesos, $\mathbf{P}_i$, $(i = 1, \ldots, N)$, de manera que los pesos han quedado en las verticales $z = \mathbf{z}_i$, $(i = 1, \ldots, N)$, con $\mathbf{z}_i < \mathbf{z}_{i+1}$. Los pesos están unidos de forma fija al hilo, de manera que en la posición de equilibrio, la forma del hilo es una poligonal de lados $\mathbf{L}_j$, $j = 1, \ldots, N+1$, siendo la longitud del hilo $\mathbf{L} = \sum_{j=1}^{N+1} \mathbf{L}_j > \bar{\mathbf{AB}}$.

Lo anterior puede hacerse de infinitas maneras mediante trazados funiculares, estando cada trazado definido por la elección de un polo, correspondiendo a cada polo una longitud total de cable $\mathbf{L}$, unos esfuerzos, unas reacciones, etc.

Problema: Si en *una* cualquiera de las infinitas soluciones a la construcción anterior (ya construida), en las instancias en las que $N \geq 2$, se suprime *uno cualquiera* de los pesos, **a)** ¿existe alguna construcción geométrica que permita determinar de *forma directa* la nueva posición de equilibrio de los pesos restantes? Y si la respuesta es negativa, **b)** ¿cuál es la forma indirecta *más sencilla* de hacerlo?

Hints

1. El **problema** tiene solución, laboriosa, pero solución: es un simple problema de equilibrio con geometría variable ("segundo orden"). Por tanto, la pregunta **b** se refiere a la solución iterativa (gráfica o analítica) que sea más sencilla, manejable, rápida, fácil, etc.

2. Para $N = 2$ la respuesta a la pregunta **a** es afirmativa. Si el peso que queda es el k, se calculan $r_I = \sum_{j=1}^{k} \mathbf{L}_j$ y $r_D = \sum_{j=k+1}^{N+1} \mathbf{L}_j$, y el punto de intersección de la circunferencia con centro en $\mathbf{A}$ y radio r_I con aquella otra con centro en $\mathbf{B}$ y radio r_D define la nueva posición del peso k, el nuevo polígono vectorial queda definido con un nuevo polo, así como los esfuerzos en los trozos de hilo, las reacciones, y todo lo demás...

3. El **problema** es un caso particular de un problema más general en el que se quitan n pesos ($n < N$). En los casos $n = N - 1$ la respuesta a la pregunta **a** del problema general también es afirmativa, y el procedimiento es el ya descrito para la instancia $N = 2$ y $n = 1$.

Quedaré muy agradecido por cualquier buena inteligencia sobre este asunto que me llegue a través de un texto escrito que sea inteligible.

M. Vázquez (v. 21 de febrero de 2017)