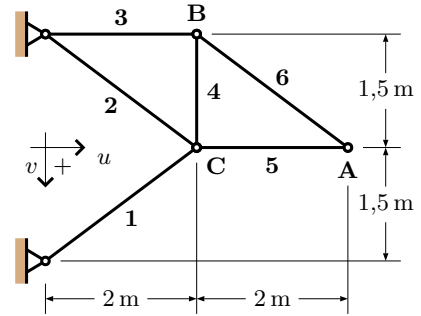


A. En la estructura de la figura se conocen los alargamientos experimentados por las barras (véase la tabla) bajo la carga de servicio (no representada). ¿Cuánto vale el desplazamiento horizontal del nudo **A**? (**Indique signo negativo si es hacia la izquierda.**) ¿Cuánto vale el descenso del nudo **B**? (**Indique signo negativo si es un ascenso.**)

barra	1	2	3	4	5	6
alargamiento (mm)	-0,5	0,6	1,4	-0,2	-0,3	0,6



1. Desplazamiento $\pm u_A$:

2. Desplazamiento $\pm v_B$:

Una solución:

Desplazamiento u_A . Carga virtual: (1; 0) kN en **A**

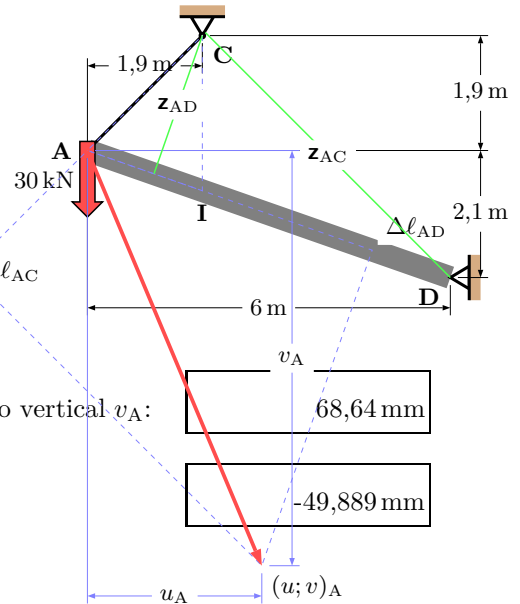
barra	1	2	3	4	5	6
esfuerzo virtual (kN):	$+\frac{5}{8}$	$+\frac{5}{8}$	0	0	+1	0
alargamiento (mm)	-0,5	0,6	1,4	-0,2	-0,3	0,6

Desplazamiento v_B . Carga virtual: (0; 1) kN en **B**

barra	1	2	3	4	5	6
esfuerzo virtual (kN):	$-\frac{5}{6}$	$+\frac{5}{6}$	0	-1	0	0
alargamiento (mm)	-0,5	0,6	1,4	-0,2	-0,3	0,6

Puesto que se trata de una estructura volada es innecesario calcular reacción alguna. Los esfuerzos se calculan, nudo a nudo, comenzando por **A**, siguiendo por **B** y concluyendo en **C**.

B. En la estructura de la figura, el codal **AD** tiene una sección de 300 mm^2 y es de madera, con un módulo de Young de 10 kN/mm^2 , y 120 N/mm^2 de límite elástico (tanto en tracción como en compresión). El cable **AC** tiene una sección de 600 mm^2 y es de poliéster, con el límite elástico en $(100 \text{ N/mm}^2, 20 \text{ mm/m})$. El peso de ambos es despreciable. Se pide el valor y el signo de los movimientos de **A** (positivos hacia abajo o hacia la derecha), así como el valor y signo de los incrementos de longitud del cable y el codal (alargamiento, positivo).



3. Movimiento horizontal

u_A :

28,83 mm

4. Movimiento vertical v_A :

68,64 mm

5. Δl_{AC} :

28,148 mm

6. Δl_{AD} :

-49,889 mm

Una solución:

Dibujando y midiendo:

Los esfuerzos pueden obtenerse midiendo a escala en el triángulo **ACI**: $30 \text{ kN} \div \bar{CI} = N_{AC} \div \bar{CA}$, etc. Si se desea mayor precisión puede emplearse el lado **AD** (en vez de **AI**), la prolongación de **AC** y la vertical por **D**.

El módulo de Young del poliéster es $100 \text{ N/mm}^2 \div 20 \text{ mm/m} = 5 \text{ kN/mm}^2$. Los alargamientos se obtienen por la ley de Hooke (después de comprobar que la tensión en cada pieza no supera su tensión en el límite elástico), $N/(EA/L)$.

Dibujando a escala los alargamientos en las direcciones de las piezas y trazando las circunferencias de las barras deformadas girando (es decir, sus tangentes: ¡pequeñas deformaciones!), se obtiene el punto **A** desplazado: en la escala empleada se miden los desplazamientos pedidos.

Sin dibujar pero midiendo:

Dos grados de libertad y dos modos de deformación: la resolución puede ser "isostática":

$$\text{equilibrio con } (30; 0) \text{ kN: } N_{AC} \times z_{AC} = 30 \text{ kN} \times 6 \text{ m} \quad - N_{AD} \times z_{AD} = 30 \text{ kN} \times 1,9 \text{ m} \quad (1)$$

En el dibujo a escala $z_{AC} \approx 5,7 \text{ m}$ y $z_{AD} \approx 2,4 \text{ m}$; con unas longitudes de $2,7 \text{ m}$ y $6,4 \text{ m}$, respectivamente. Con eso, los alargamientos se obtienen con $\Delta l_{AC} = 30 \text{ kN} \times 6 \text{ m} \div 5,7 \text{ m} \div 600 \text{ mm}^2 \div 5 \text{ kN/mm}^2 \times 2,7 \text{ m} \approx 28,4 \text{ mm}$. Análogamente, $\Delta l_{AD} \approx -50,7 \text{ mm}$.

El movimiento vertical puede obtenerse con trabajos virtuales usando magnitudes reales, tanto mecánicas como cinemáticas:

$$30 \text{ kN} \times v_A = N_{AC} \times 28,4 \text{ mm} + N_{AD} \times (-50,7) \text{ mm} \Rightarrow v_A \approx 70 \text{ mm}$$

Para el movimiento horizontal hay que emplear los esfuerzos virtuales bajo una carga virtual de 1 kN en **A** hacia la derecha:

$$\text{equilibrio con } (1; 0) \text{ kN: } - N_{AC}^* \times z_{AC} = 1 \text{ kN} \times 2,1 \text{ m} \quad - N_{AD}^* \times z_{AD} = 1 \text{ kN} \times (4 - 2,1) \text{ m} \quad (2)$$

y los trabajos virtuales exterior e interior deben ser:

$$1 \text{ kN} \times u_A = N_{AC}^* \times 28,4 \text{ mm} + N_{AD}^* \times (-50,7) \text{ mm} \Rightarrow u_A \approx 29,7 \text{ mm}$$

Mayor precisión puede obtenerse calculando todas las longitudes por trigonometría, pero maldita la falta que hace...

Copyright © 2012, Vázquez Espí v2012427. Ejercicios resueltos: <http://habitat.aq.upm.es/gi/mve/mmycte/>

Apellidos	Expediente	Grupo
-----------	------------	-------

T8N

1. -0,24 2. 1,12 3. 28,83 4. 68,64 5. 28,148 6. -49,889