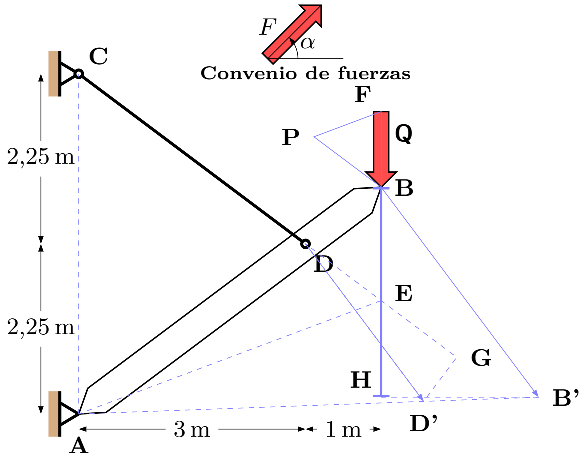
A. En la estructura de la figura, la barra **AB** es indeformable e infinitamente resistente. La barra **CD** es un cable de acero, de $200\,\mathrm{mm}^2$ de sección. El módulo de Young del acero es de $200\,\mathrm{kN/mm}^2$. En el extremo **B** actúa una fuerza de $\mathbf{Q} = 30\,\mathrm{kN}$. El peso propio de ambas barras es despreciable. Se pide el valor de cada reacción, indicando el módulo F (kN) y el ángulo α (º) que forma con la horizontal según el convenio de la figura (por ejemplo, la propia fuerza **Q** se denotaría como 30 kN, 270º). También se pide el **descenso vertical** de **B**.



1. Reacción en **A**: (módulo,ángulo): 28,5; 20,6 kN,º

2. Reacción en **C**: (módulo,ángulo): 33,3; 143,1 kN,º

3. Descenso vertical de **B**: 3,47 mm

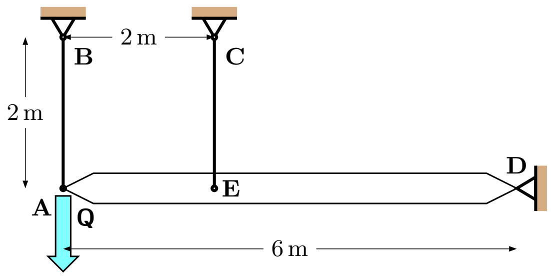
Una solución:

La reacción en C tiene la dirección del cable CD. E es el punto de intersección de la dirección CD con la vertical de Q. Como las dos reacciones deben componerse para equilibrar Q, la reacción en A tiene que tener la dirección de AE. Si descomponemos Q según las direcciones de las reacciones obtenemos P. En el triangulo BFP pueden medirse a escala los valores de Q y de las dos reacciones. Para mayor precisión puede emplearse el hecho de que el triángulo EAC es semejante al FPB: la proporción entre la reacción en C y la carga Q es la misma que EC÷CA, y la de A será AE÷CA.

El alargamiento de CD se obtiene dividiendo su esfuerzo (igual a la reacción en C) entre su rigidez de cable, $200\,\mathrm{kN/mm}^2 \cdot 200\,\mathrm{mm}^2/\sqrt{(2{,}25\,\mathrm{m})^2 + (3\,\mathrm{m})^2}$; estando representado en la figura por el segmento DG. El cable CD alargado, CG, tiene que girar respecto a C a la vez que gira el sólido AB respecto a A hasta encontrarse en el punto D' (intersección de la ⊥AB por D y de la ⊥CD por G ¡deformaciones pequeñas!). El giro respecto a A es DAD'. La intersección de la ⊥AB por B con AD' es B'. BB' es el movimiento de B, y su componente vertical BH puede medirse con la misma escala con la que se dibujó DG, el alargamiento de CD. (Ya se ve que, **en este caso**, descenso BH y alargamiento DG son muy parecidos.)

B.

En la estructura de la figura, la viga **AD** se supondrá indeformable y de peso despreciable. Los cables **AB** y **CE** son de igual área, $200\,\mathrm{mm}^2$, de un acero con módulo de Young de $200\,\mathrm{kN/mm}^2$, límite elástico de $400\,\mathrm{N/mm}^2$ y deformación de rotura de 54 mm/m. Mediante una banda extensométrica, se sabe que cuando el peso **Q** es de 125 kN, el cable **AB** se encuentra en periodo plástico. Con ese peso, ¿cuál es la tracción en el cable **CE**? ¿qué descenso experimenta **A**? Se pide también el valor de la carga última para que se rompa la estructura, $\mathbf{Q}_\mathrm{u}$, así como el descenso de **A** para que al menos un cable se parta en dos.



4. Tracción en **CE**: 67,50 kN

5. Descenso en **A**: 5,06 mm

6. Carga última $\mathbf{Q}_\mathrm{u}$: 133,33 kN

7. Descenso en **A** para la rotura física: 108,00 mm

Una solución:

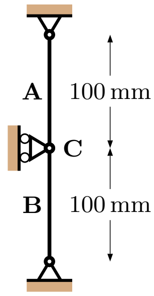
Características de los cables: $\mathbf{N}_\mathrm{u} = 80\,\mathrm{kN}$. $\mathbf{k} = 20\,\mathrm{kN/mm}$.

equilibrio: $\sum M_\mathrm{D} = 0 \quad\Rightarrow\quad 125\,\mathrm{kN}\times 6\,\mathrm{m} = \mathbf{N}_\mathrm{u}\cdot 6\,\mathrm{m} + N_\mathrm{CE}\cdot(6-2)\,\mathrm{m}$ compatibilidad: $\delta_\mathrm{AB} = 6\,\mathrm{m}\times\theta_\mathrm{E}$ $\delta_\mathrm{CE} = (6-2)\,\mathrm{m}\times\theta_\mathrm{E}$

descenso en A: $\theta_\mathrm{E}(\mathbf{Q}) = \dfrac{N_\mathrm{CE}}{\mathbf{k}}\dfrac{1}{(6-2)\,\mathrm{m}}$ $\quad v_\mathrm{A}(\mathbf{Q}) = \delta_\mathrm{AB}$

carga última: $\sum M_\mathrm{D} = 0 \quad\Rightarrow\quad \mathbf{Q}_\mathrm{u}\times 6\,\mathrm{m} = \mathbf{N}_\mathrm{u}\cdot\{6\,\mathrm{m} + (6-2)\,\mathrm{m}\}$ rotura: $v_\mathrm{A}(\mathbf{Q}_\mathrm{u}) = \delta_\mathrm{AB} = 54\,\mathrm{mm/m}\times 2\,\mathrm{m}$

C. En un laboratorio se ensaya la estructura de la figura, formada por un cable y un codal. El cable **A**, de $200\,\mathrm{mm}^2$ de sección, es de una nueva y secreta aleación de la que quiere determinarse su módulo de Young y su tensión de rotura. El codal **B**, del mismo área, es de un acero que tiene un módulo de Young de $200\,\mathrm{kN/mm^2}$, en el límite elástico alcanza una tensión de $400\,\mathrm{N/mm^2}$, y tiene una deformación de rotura de $40\,\mathrm{mm/m}$. La geometría de la figura es la inicial, sin carga (el peso propio de los cables es despreciable). En la unión **C** se aplica una fuerza vertical F midiéndose su descenso v. Mediante una serie de ensayos se ha determinado que para $F < 101\,\mathrm{kN}$, F y v son proporcionales. Por ejemplo, para $F = 56\,\mathrm{kN}$, $v = 0,072\,\mathrm{mm}$. Se pide determinar el módulo de Young y la tensión en el límite elástico de la nueva aleación.



8. Módulo de Young: $189\,\mathrm{kN/mm^2}$

9. Ténsión en el límite elástico: $244{,}44\,\mathrm{N/mm^2}$

Una solución:

Equilibrio: $F = N_a - N_b$ Compatibilidad: $\delta_a = v \quad \delta_b = -v$ Material: $N_a = \mathbf{k}_a\delta_a \quad N_b = \mathbf{k}_b\delta_b$

Ecuación de estado proporcional: $F = (\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b)\cdot v$

Para $F = 56\,\mathrm{kN}$: $\mathbf{k}_a = \dfrac{56\,\mathrm{kN}}{0{,}072\,\mathrm{mm}} - \dfrac{200\,\mathrm{kN/mm^2}\cdot 200\,\mathrm{mm^2}}{100\,\mathrm{mm}}$ $\qquad \mathbf{E}_a = \dfrac{\mathbf{k}_a\cdot 100\,\mathrm{mm}}{200\,\mathrm{mm^2}} = 189\,\mathrm{kN/mm^2}$

Para $F = 101\,\mathrm{kN}$: $\varepsilon_a = -\varepsilon_b = \dfrac{101\,\mathrm{kN}}{\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b}\dfrac{1}{100\,\mathrm{mm}} = 1{,}29\,\mathrm{mm/m}$

Como $1{,}29\,\mathrm{mm/m}$ es menor que la deformación en el límite elástico del acero ($2\,\mathrm{mm/m}$), la pérdida de proporcionalidad es debida a la aleación, que alcanza para esta carga su límite de proporcionalidad. Por tanto, $\sigma_{e\mathrm{a}} = \sigma_{\mathrm{ua}} = 189\,\mathrm{kN/mm^2}\cdot 1{,}29\,\mathrm{mm/m} = 244{,}44\,\mathrm{N/mm^2}$