E S T R U C T U R A S   I

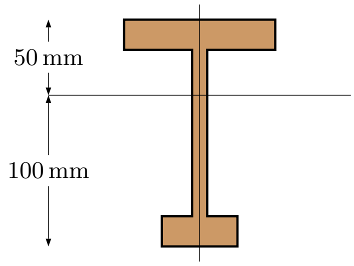
Departamento de Estructuras de Edificación
Escuela Técnica Superior de de Arquitectura de Madrid

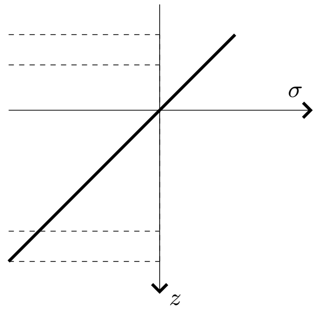
AA 11/12   10-5-2012   T10   ℵ

A. La sección de la figura, de canto 150 mm, tiene una inercia de $3\,\mathrm{mm^2\,m^2}$ y su centro de gravedad está 100 mm por encima de su base. **Dibuje** el diagrama de tensiones normales cuando está solicitada por un momento flector de 1,5 mkN, que *tracciona su cara superior* y con el que no se supera el límite elástico del material, indicando el máximo valor absoluto de la tensión normal. Si el módulo de Young del material es $130\,\mathrm{kN/mm^2}$, ¿qué radio de curvatura producirá dicho momento? (El dibujo **no está** a escala en lo que se refiere a la forma de la sección de la viga.)

1. Máximo valor absoluto de la tensión normal: $\boxed{50{,}0\,\mathrm{N/mm^2}}$

2. Radio de curvatura: $\boxed{260{,}0\,\mathrm{m}}$



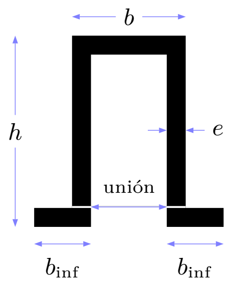


Una solución:

$\sigma(z) = \frac{M}{\mathsf{I}} z$. Por tanto $|\sigma(z)|$ será máximo allí donde lo sea $|z|$, es decir en el borde inferior.

El radio de curvatura es el inverso de ésta última, la cual puede obtenerse calculando la deformación en cualquier cota z y dividiendo por ella; por ejemplo, en la cara inferior $\dfrac{50{,}0\,\mathrm{N/mm^2} \div 130\,\mathrm{kN/mm^2}}{100\,\mathrm{mm}}$. O bien dividiendo el momento entre la rigidez momento/curvatura de la sección, **EI**: $\dfrac{1{,}5\,\mathrm{mkN}}{130\,\mathrm{kN/mm^2} \times 3\,\mathrm{mm^2\,m^2}}$.

B. La sección de la figura está hecha con chapas de un polímero de espesor $e = 10\,\mathrm{mm}$, tiene ancho $b = 40\,\mathrm{mm}$ y canto $h = 110\,\mathrm{mm}$. Cada una de las alas inferiores tiene un ancho $b_{\mathrm{inf}} = 15\,\mathrm{mm}$. Debido al procedimiento de fabricación estas alas están pegadas a ambas almas. Sabiendo que el polímero resiste con seguridad tensiones tangenciales de $70\,\mathrm{N/mm^2}$, ¿que tensión tangencial debe resistir con seguridad, como mínimo, el pegamento empleado, de manera que si la sección es segura a esfuerzo cortante también lo sea la unión? El área de la sección es de $2500\,\mathrm{mm^2}$, su centro de gravedad está a 57 mm de la base, tiene $2{,}96\,\mathrm{mm^2m^2}$ de inercia, y su brazo de palanca es de 78,56 mm.



3. Mínima tensión tangencial segura del pegamento: $\boxed{28{,}97\,\mathrm{N/mm^2}}$

Una solución:

La tensión tangencial variará con la distancia vertical z al centro de gravedad G según:

$$\tau(z) = \frac{V}{\mathsf{I}} \frac{S(z)}{b(z)}$$

$S(z)$ es máximo a la altura de G, puesto que es proporcional a la resultante de tracciones entre z y un borde cualquiera, y esa resultante es máxima en G para flexión simple. Puesto que $b(z)$ es mínimo también en G, no hay duda, τ será máxima en G y, por tanto, igual a

$$\frac{V}{78{,}56\,\mathrm{mm} \times 2 \times 10\,\mathrm{mm}}$$

En la unión con las alas inferiores, $S(57\,\mathrm{mm} - 10\,\mathrm{mm}) = 2 \times 15\,\mathrm{mm} \times 10\,\mathrm{mm} \times \left(57\,\mathrm{mm} - \frac{10\,\mathrm{mm}}{2}\right)$ y $b(57\,\mathrm{mm} - 10\,\mathrm{mm}) = 2 \times 10\,\mathrm{mm}$. Por tanto la tensión tangencial en la unión será:

$$\frac{V}{2{,}96\,\mathrm{mm^2\,m^2}} \times \frac{15{,}6\,\mathrm{mm^2\,m}}{2 \times 10\,\mathrm{mm}}$$

La proporción entre las tensiones tangenciales seguras del polímero y del pegamento —lo elegante es hablar de “adhesivos”— debe ser la misma que hay entre las anteriores tensiones (en función del mismo cortante, V), por tanto:

$$\text{tangencial segura del pegamento} \geq 70\,\mathrm{N/mm^2} \times \frac{15{,}6\,\mathrm{mm^2\,m}}{2{,}96\,\mathrm{mm^2\,m^2}} \times \frac{78{,}56}{1000}\,\mathrm{m}$$

a fin de asegurar que la rotura no sea por la unión (lo que es un criterio habitual: las uniones deben resistir tanto o más que las piezas que unen o el conjunto que ayudan a formar).

C. Viga de madera simplemente apoyada en sus extremos, de 3,25 m de luz, sometida a una carga uniforme de 10 kN/m. La madera resiste con seguridad tensiones normales de $9\,\mathrm{N/mm^2}$ y tangenciales de $2\,\mathrm{N/mm^2}$. El peso propio de la viga es despreciable. Se pide calcular el canto que como mínimo ha de tener una sección rectangular para que la viga sea segura, sabiendo que su ancho es de 210 mm.

4. Flector máximo: 13,20 mkN

5. Cortante máximo: 16,25 kN

6. Módulo resistente, mínimo: $1467\,\mathrm{mm^2\,m}$

7. Área eficaz a rasante, mínima: $8125\,\mathrm{mm^2}$

8. Canto mínimo para 210 mm de ancho: 205 mm

Una solución:

El cortante máximo es $10\,\mathrm{kN/m} \times 3{,}25\,\mathrm{m} \div 2$ y el flector máximo es $10\,\mathrm{kN/m} \times (3{,}25\,\mathrm{m})^2 \div 8$. El módulo resistente ("elástico") debe ser como mínimo $13{,}2\,\mathrm{mkN} \div 9\,\mathrm{N/mm^2}$ y el área eficaz a rasante $16{,}25\,\mathrm{kN} \div 2\,\mathrm{N/mm^2}$. Dado que el ancho está fijado en 210 mm y la sección es rectangular, el canto debe ser como poco:

$$\text{máx}\left\{\sqrt{\frac{1467\,\mathrm{mm^2\,m} \times 6}{210\,\mathrm{mm}}} = \sqrt{\frac{1467 \times 6 \times 1000}{210}}\,\mathrm{mm}\ ,\ \frac{8125\,\mathrm{mm^2}}{\frac{2}{3} \times 210\,\mathrm{mm}}\right\}$$

Apellidos	Expediente	Grupo

T10ℵ

1.	50,0	**2.**	260,0	**3.**	28,97	**4.**	13,20
5.	16,25	**6.**	1467	**7.**	8125	**8.**	205