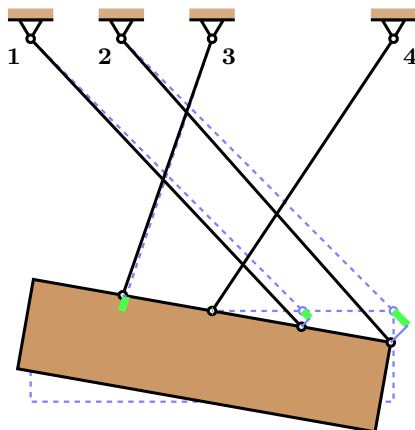
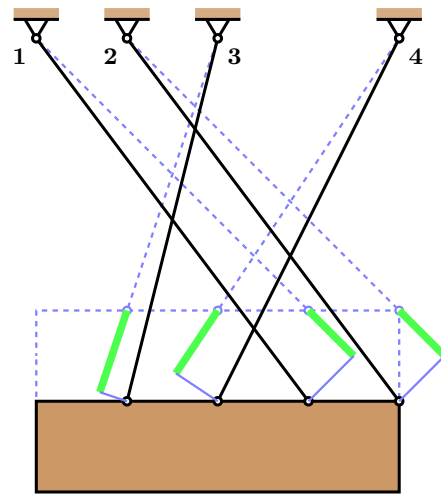
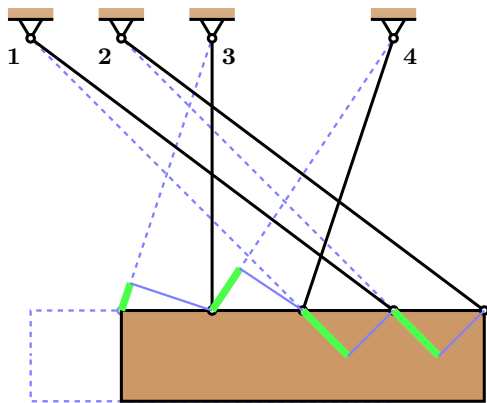
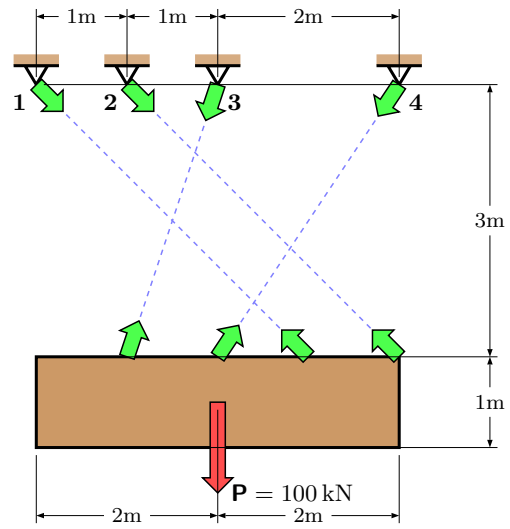
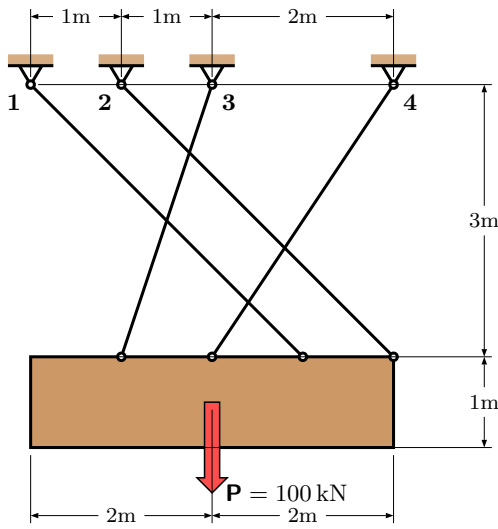


## Bloque con tres grados de libertad y cuatro cables



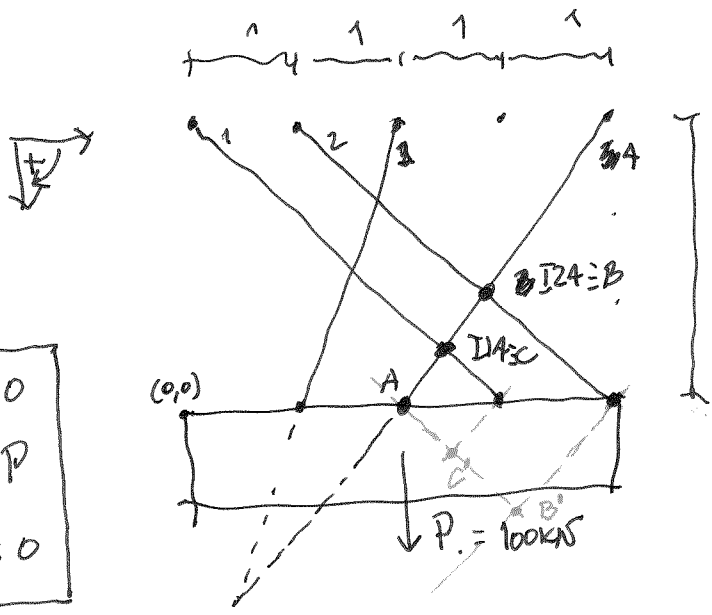
Los cables son de acero:  $f_u = 260 \text{ N/mm}^2$ ,  $E = 200 \text{ kN/mm}^2$ ,  $\varepsilon_u = 10 \text{ mm/m}$ ,  $f = 180 \text{ N/mm}^2$ . Todos son de 16 mm de diámetro.

Se toleran giros de hasta 8 mrad, y el descenso del peso debe ser menor que  $3\text{m}/500$ , es decir, 6 mm.

En las siguientes páginas se muestran:

- Las notas manuscritas con los “números” necesarios para analizar la estructura con la estimable ayuda de una calculadora matricial (HP48GX).
- Los mismos cálculos y algunos otros más detallados realizados con un programa de cálculo algebraico (*maxima*, *free software*). Estos cálculos muestran que algunos de los anteriores eran muy poco exactos (errores numéricos?).

EJEMPLO COMPLICADO Madrid, 2013.



$\phi_{tol} = 8 \text{ mm/m}$      $\Delta_{ad} = \frac{H}{500} = 6 \text{ mm}$   
 $f_m = 260 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$      $E = 200 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$   
 $f = 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$      $\gamma = 1.44$

$\phi 16 \text{ mm}$	$L$ (m)	$K$ kN/mm	$N_{cr}$ kN
1	$3\sqrt{2}$	9,48	
2	$3\sqrt{2}$	9,48	
3	$\sqrt{10}$	12,71	
4	$\sqrt{13}$	11,15	

diag (D)

B	$m_A$	$v_A$	$\theta_A$
$\delta_1$	0,71	0,71	0,71 m
$\delta_2$	0,71	0,71	1,41 m
$\delta_3$	-0,32	0,95	-0,95 m
$\delta_4$	-0,55	0,83	0

	$M$	$V$	$\theta$
$R_M$	14,18	0,52	18,0
$R_V$	0,52	28,64	2,77
$R_\theta$	18,03	2,77	35,1

$P_{(kN)}$	100	$P_e = 110$	$P_u = 133 \text{ kN}$	
$M$ (mm)	0,65	0,72	5,56	32,4
$V$ (mm)	3,54	3,90	8,75	26,5
$\theta$ (mm)	-0,61	-0,68	-6,54	-29,02
$N_1$ kN	23,97	26,39	<u>52,26</u> *	
$N_2$	19,86	21,86	8,83*	8,83*
$N_3$	47,47	<u>52,26</u>	<u>52,26</u>	
$N_4$	28,81	31,72	48,5*	48,5*

$E_3$  (mm/m)    1,3    4,03    10 \*

$\lambda_e = 1,10$

"g-1" = 2    1g2    1g4    2g4    : 3 posibilidades. ~~2 posibilidades~~

"2g4"

$B \equiv (2,8; 1,2)$

$P_u \times 0,8 \text{ m} - 52,26 \text{ kN} (0,71 \text{ m} + 1,33 \text{ m}) \approx 0$

$P_u = 133 \text{ kN}$

"1g4"



"1,4"  $C = (2,4; 0,6)$

$$P_u \times 0,4 \text{ m} + 52,26 \text{ kN} \times 0,71 - 52,26 \text{ kN} \times 1,138 = 0$$

$$P_u = 56,3 \text{ kN}$$

La carga tendría que decrecer: ¡es imposible!  
Las ecuaciones de comp. muestran que 3 se levanta.

"1,2" componentes perpendiculares a los cables 1,2

ang 3  $71,56^\circ$

ang 4  $56,3^\circ$

$$P_u \times \cos 45^\circ = 52,26 \text{ kN} \times \cos (71,56 - 45) + 52,26 \cos (56,3 - 45)$$

$$P_u = 138,6 \text{ kN} \quad \text{¡es mayor!}$$

caso "2,4" en detalle

Ver tabla.

¡Es pequeño un giro de  $-29,02$  mrad.

$$\tan -29,02 \times 10^{-3} \text{ rad} = -29,03 \times 10^{-3}$$

Maxima, un sistema de álgebra computacional  
<http://maxima.sourceforge.net/es/>

Maxima es un descendiente de Macsyma, el legendario sistema de álgebra computacional desarrollado a finales de 1960 en el instituto tecnológico de Massachusetts (MIT). Este es el único sistema basado en el esfuerzo voluntario y con una comunidad de usuarios activa, gracias a la naturaleza del open source. Macsyma fue revolucionario en sus días y muchos sistemas posteriores, tales como Maple y Mathematica, estuvieron inspirados en él.

```
(%i1) ratprint: false$ keepfloat: true$ fpprintprec: 5$
```

Un ejemplo "posmoderno" con 3 gdl y cuatro cables

Datos básicos

```
(%i4) l1: sqrt(2)*3$ l2: l1$ l3: sqrt(9+1)$ l4: sqrt(9+4)$
```

```
(%i8) A: 201$ E: 200$ Nu: A*.260$ display(Nu)$
```

$$Nu = 52.26$$

Ecuaciones básicas.

```
(%i12) equilibrio: [  
  0 = 3/l1*N1 + 3/l2*N2 - 1/l3*N3 - 2/l4 * N4,  
  P = 3/l1*N1 + 3/l2*N2 + 3/l3*N3 + 3/l4 * N4,  
  0 = 3/l1*N1 + 3/l2*2*N2 - 3/l3*N3  
]$
```

```
(%i13) compatibilidad: [  
  d1 = 3/l1*u + 3/l1*v + 3/l1*g,  
  d2 = 3/l2*u + 3/l2*v + 3/l2*2*g,  
  d3 = -1/l3*u + 3/l3*v - 3/l3*g,  
  d4 = -2/l4*u + 3/l4*v  
]$
```

la rigidez se calcula en kN/mm

```
(%i14) rigidez: [  
  N1 = E*A/l1/1000*d1,  
  N2 = E*A/l2/1000*d2,  
  N3 = E*A/l3/1000*d3,  
  N4 = E*A/l4/1000 * d4  
]$
```

otras ecuaciones

```
(%i15) acciones_alargamientos: ev( equilibrio, rigidez, factor)$  
print( listofvars(%) )$  
map( lambda( [a], display(a) ), float(expand(acciones_alargamientos)) )$
```

$$[d1, d2, d3, d4, P]$$

$$0.0 = -6.1846 d4 - 4.02 d3 + 6.7 d2 + 6.7 d1$$

$$P = 9.2769 d4 + 12.06 d3 + 6.7 d2 + 6.7 d1$$

$$0.0 = -12.06 d3 + 13.4 d2 + 6.7 d1$$

```
(%i18) acciones_gdl: ev( acciones_alargamientos, compatibilidad, eval, simp, factor, eval, expand )$  
print( listofvars(%) )$  
map( lambda( [a], display(a) ), float(expand(acciones_gdl)))$
```

$[g, u, v, P]$

$$0.0 = 0.516 v + 14.177 u + 18.027 g$$

$$P = 28.635 v + 0.516 u + 2.7717 g$$

$$0.0 = 2.7717 v + 18.027 u + 35.129 g$$

# 1 Análisis con la carga de servicio

```
(%i21) uvk_k: float(solve(ev( acciones_gdl, P=100 ), [u,v,g] ))$ display( uvk_k )$
```

$$uvk_k = [[u = 0.651, v = 3.5399, g = -0.614]]$$

La estructura cumple con el requisito de rigidez, tanto en v como en g.

```
(%i23) e_k: ev( rigidez, compatibilidad, eval, uvk_k, simp,float )$ display( e_k )$
```

$$e_k = [N1 = 23.971, N2 = 19.86, N3 = 47.472, N4 = 28.81]$$

límite elástico de la estructura

```
(%i25) lambda[e]: ev(Nu/max(N1,N2,N3,N4), e_k)$ display( lambda[e] )$  
Pe : 100*lambda[e]$ display( Pe )$
```

$$\lambda_{e} = 1.1009Pe = 110.09$$

## 2 Análisis de la carga última.

El cable 3 alcanza el límite elástico con Pe.

Para la rotura es necesario que al menos otro cable alcance ese límite, con una carga Pu.

### 2.1 caso: 3, luego 1 ("2y4")

```
(%i29) e_31: float(solve( ev( equilibrio, [N1=Nu,N3=Nu,P=Pu] ), [Pu,N2,N4]));
```

```
(%o29) [[Pu = 132.95, N2 = 8.9271, N4 = 48.206]]
```

```
(%i30) uvk_31: float(  
    solve( ev( compatibilidad,  
              [ d2=N2/E/A*12,d4=N4/E/A*14,d1=1.3*11],  
              eval, e_31 ),  
          [u,v,g,d3]));
```

```
(%o30) [[u = 9.3561, v = 6.2426, g = -7.7987, d3 = 10.362]]
```

```
(%i31) epsilon[3]: float( ev( d3/13, uvk_31 ) )$ display( epsilon[3] )$
```

$$\epsilon_3 = 3.2768$$

La deformación del cable 3 no supera la de rotura cuando se alcanza Pu.

Ésta es la forma en la que la estructura se rompe...

```
(%i33) uvg_31u: float(
    solve( ev( compatibilidad,
        [ d2=N2/E/A*12,d4=N4/E/A*14,d3=10*11],
        eval, e_31 ),
        [u,v,g,d1]));
```

```
(%o33)          [[u = 38.326, v = 25.556, g = -31.941, d1 = 22.586]]
```

Estos son los valores con los que se rompe físicamente el cable 3.

```
(%i34) gamma: ev( Pu/100 , e_31 );
```

```
(%o34)          1.3295
```

La estructura no es segura, pues el coeficiente de seguridad debería ser de 1,44 o mayor. No debería emplearse con cargas mayores de  $Pu/1.44$

```
(%i35) carga_segura: ev( Pu/1.44 , e_31 );
```

```
(%o35)          92.329
```

## 2.2 caso: 3, luego 2, ("1y4")

```
(%i36) e_32: float(solve( ev( equilibrio, [N2=Nu,N3=Nu,P=Pu] ), [Pu,N1,N4]));
```

```
(%o36)          [[Pu = 56.351, N1 = -34.406, N4 = -7.0331]]
```

¿ $Pu < P_e$ ? ¿Cables comprimidos? Veamos el movimiento y la deformación...

```
(%i37) uvg_32: float(
    solve( ev( compatibilidad,
        [ d2=1.3*12,d4=N4/E/A*14,d1=N1/E/A*11],
        eval, e_32 ),
        [u,v,g,d3]));
```

```
(%o37)          [[u = -4.6857, v = -3.1246, g = 7.8051, d3 = -8.8871]]
```

¡Ajá! El cable 3 se ha acortado, en contradicción con que se ha traccionado hasta su límite elástico: esta hipótesis no es válida por tanto. Y la piedra asciende: pura irrealdad.

## 2.3 caso: 3, luego 4 ("1y2")

```
(%i38) e_34: float(solve( ev( equilibrio, [N3=Nu,N4=Nu,P=Pu] ), [Pu,N1,N2]));
```

```
(%o38)          [[Pu = 138.58, N1 = 58.621, N2 = 5.7466]]
```

Ésta tampoco es una hipótesis útil:  $N1 > Nu$ , lo que es imposible.