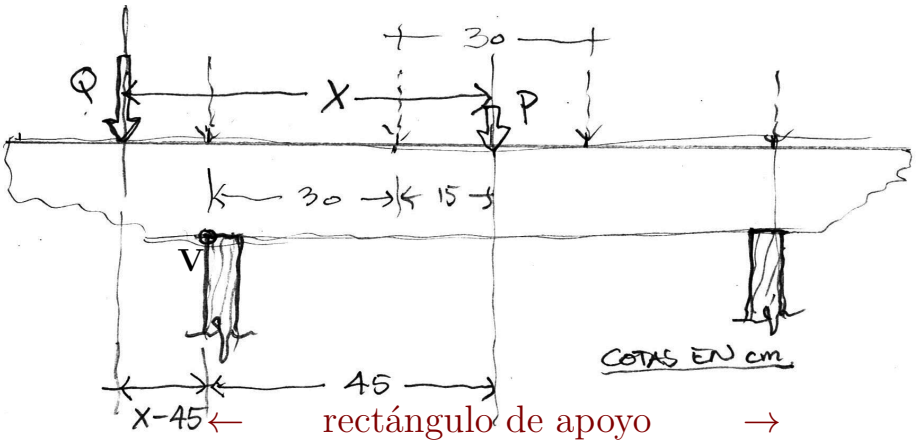
3er CyR$_t$: suelo de cartón: un diseño

Se ilustra aquí el proceso de ideación, proyecto y construcción de una solución para el ejercicio Suelos de cartón.

Comentarios previos

¶1. Puesto que el cuadrado es la figura más compacta que puede formarse con teselas cuadradas, cualquier otra alternativa tendrá más vuelo respecto a los soportes. Y como el peso propio es la centésima de la carga útil, lo primero que hay que analizar es cuál es el máximo vuelo para evitar el vuelco con la primera pesa de 10 kg. Aunque los puntos de apoyo están inscritos en un rectángulo de $100 \times 90\,\mathrm{cm}^2$, basta considerar de momento una de las dos direcciones, la de 90 cm, por ejemplo.



Los centros de gravedad (CDG) de las pesas están situados cada 30 cm. Desde el centro del suelo, las pesas a 15 ó 45 cm no pueden provocar el vuelco, pues sus CDGs caen dentro del rectángulo de apoyo. Son las pesas a 75 cm o más las problemáticas. Considerando que la estructura es indeformable, si vuelca lo hará con eje en el lado del rectángulo, a 45 cm del centro del suelo, punto **V** de la figura. Si x es la distancia de la pesa Q al centro del suelo, el par que provoca el vuelco, medido respecto al eje de giro, valdrá $Q(x - 45\,\mathrm{cm})$ y el par que intentará impedirlo $P \cdot 45\,\mathrm{cm}$ si P es el peso propio. Habrá vuelco si $Q(x - 45\,\mathrm{cm}) \geq P \cdot 45\,\mathrm{cm}$. Podemos calcular valores límite para distintas situaciones:

- ¿Cuál es la máxima distancia para que una pesa no provoque vuelco si la estructura tiene el máximo peso permitido? $Q \propto 10\,\mathrm{kg}$, $P \propto 3{,}2\,\mathrm{kg}$, y entonces $x < \left(1 + \dfrac{P}{Q}\right) \cdot 45\,\mathrm{cm} = 59{,}4\,\mathrm{cm}$. Es decir, cualquier otra forma distinta del cuadrado de 4×4 teselas, corre el riesgo de volcar si el azar elige como primera tesela la más alejada.

- ¿Cuál es el peso mínimo para que no haya vuelco considerando tolerancias en la colocación de las pesas? Con el cuadrado de 4×4 teselas, y puesto que las pesas son aprox de 25 cm de lado, hay una tolerancia de $\pm 2{,}5\,\mathrm{cm}$ en el centro de gravedad de las pesas, es decir, la pesa más alejada podría tener su CDG a 47,5 cm. Entonces, $x = 47{,}5\,\mathrm{cm}$, $Q \propto 10\,\mathrm{kg}$, y entonces $P > Q \cdot \dfrac{2{,}5}{45} \propto 0{,}56\,\mathrm{kg}$: con menos masa que esa hay riesgo de vuelco.

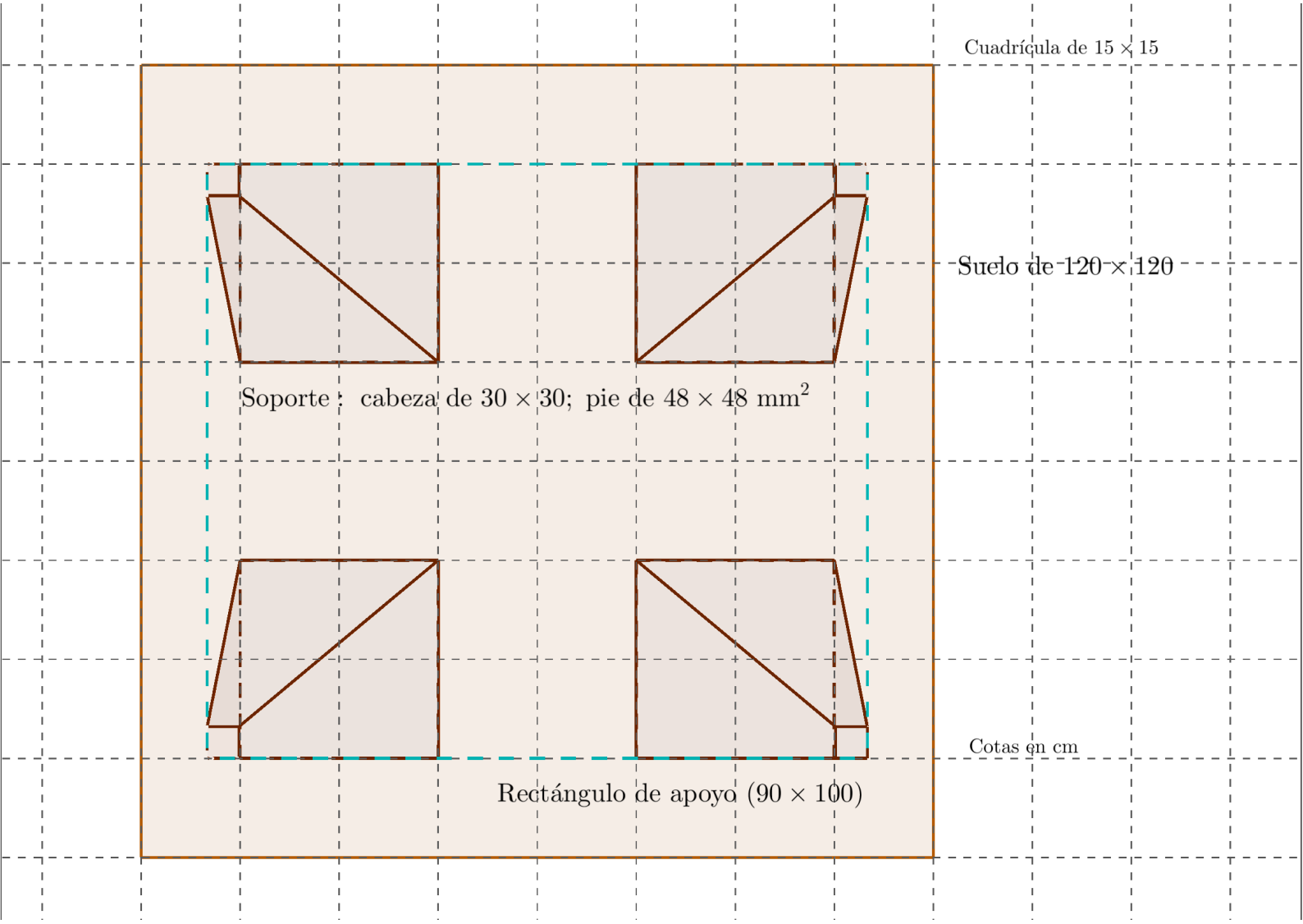
Debe notarse que, con toda la carga útil ($32Q$), el problema no será de vuelco pues la carga estará centrada sobre el rectángulo de apoyo.

Una idea de Carlos Olmedo

La idea general de la solución puede consultarse en Un modelo de prueba. . . .

¶2. Desde el principio, Olmedo especuló con apoyar troncos de conos oblicuos que naciendo en cada uno de los cuatro apoyos, se abrieran según suben hacia el techo para cubrir la mayor parte del suelo. Concretada la idea para este caso particular, en el que los CDGs de los pesos están en una cuadrícula de $30 \times 30\,\mathrm{cm}^2$, lleva a unir las cuatro esquinas de la pata de la mesa con los cuatro CDGs de las cuatro pesas que gravitan sobre ella, es decir, un tronco de pirámide oblicua por soporte, véase la figura de la p. 2.

¶3. Experimentalmente (consúltese Un modelo de prueba. . .) se ve que esa simple configuración necesita algo como tirantes entre los apoyos (salvo que se pudiera confiar en el rozamiento) y algo de resistencia a flexión en el suelo que media entre los soportes.



¶4. Dado que el canto está limitado a 18 cm y que la proporción entre la distancia de apoyos y el canto (esbeltez), $90 \div 18 = 5$, no es ni muy grande ni muy pequeña, parece razonable utilizar todo el espacio disponible para asegurar buena rigidez a flexión.

¶5. El diseño general por tanto consta de las siguientes piezas:

- El suelo: una lámina de cartón con su cara superior a 180 mm del plano de apoyo
- Cuatro soportes, en forma de troncos de pirámide oblicua invertida
- Cuatro o más tirantes entre las bases de los soportes
- Cuatro o más piezas de unión (o refuerzo) entre las cabezas de los soportes (con el mismo papel que el de la clave de un arco)
- Piezas secundarias. Por ejemplo, rigidizadores secundarios allí donde se vea o sospeche la posibilidad de que la superficie de cartón pandee si está comprimida

¶6. Se trata de elecciones que tienen alternativas. Por ejemplo, tirantes y claves podrían sustituirse por tímpanos trapezoidales. La solución elegida lo fue, sobre todo, por razones compositivas: el espacio bajo techo que resulta era muy del agrado de Olmedo: en la medida de lo posible, se quiso conservarlo.

Diseño del grueso

¶7. Decididos en lo fundamental el tamaño, esquema y proporciones de la construcción, sólo falta decidir gruesos y afinar detalles. (Típicamente, los detalles no pueden afinarse sin gruesos: las uniones entre piezas depende mucho de los gruesos de las mismas.)

¶8. Con un cartón de gramaje 400 (de "tres papeles"), el suelo representará una masa de 0,58 kg si se usa un sólo cartón, aprox un 20 % del peso máximo. Interesa por tanto distribuir el cartón de manera que ni sobre ni falte

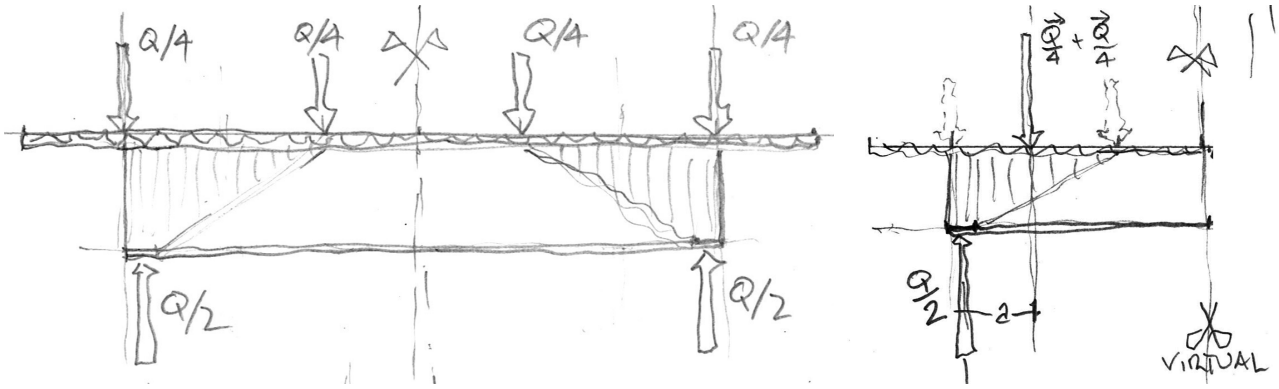
en cada pieza de la construcción. Nótese que con el peso del suelo ya superamos el peso mínimo, calculado en ¶1 para evitar el vuelco al colocar la primera pesa no del todo centrada sobre la tesela correspondiente.

¶9. Si el alcance estructural del cartón es 2 km, una tira de esa longitud colgada no se rompe bajo su propio peso, que es $2000\,\mathrm{m} \times 4\,\mathrm{N/m^2} = 8\,\mathrm{kN/m}$, es decir una resistencia de 8 kN por cada metro de ancho de la tira. Como los apoyos son de unos 45 mm de lado, el perímetro de apoyo en la base de cada soporte sería de 180 mm, con una resistencia que podemos estimar en $0{,}18\,\mathrm{m} \times 8\,\mathrm{kN/m} = 1{,}44\,\mathrm{kN}$ por soporte. Y entre los cuatro soportes 5,76 kN, suficiente para resistir la carga útil de 3,2 kN pero insuficiente para resistir una carga doble (6,4 kN) que es lo que exige la seguridad pedida en el enunciado. De momento, podemos seguir por aquí (pendientes de afinar un refuerzo en la base de los soportes—por ejemplo cuajando las diagonales), dado que el perímetro en la cabeza de los soportes es muchísimo mayor y con resistencia de sobra.

¶10. Puesto que el peso propio es marginal en comparación con la carga útil, en lo que sigue prescindimos de aquel, y usaremos ésta, $Q = 3{,}2\,\mathrm{kN}$.

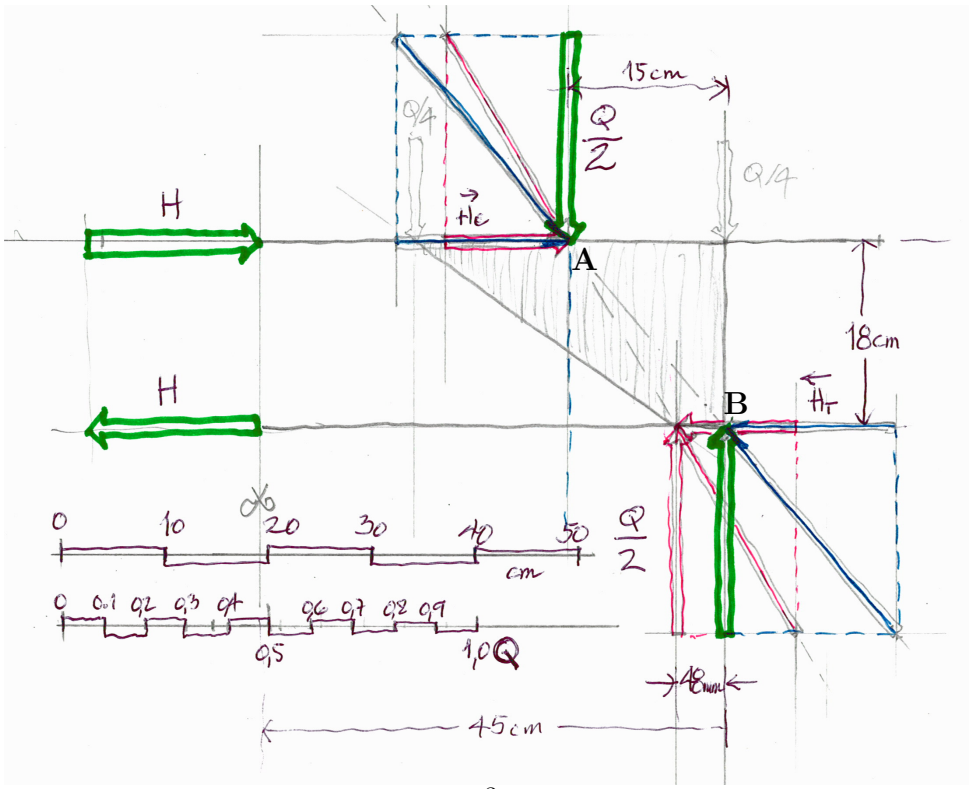
A plena carga

¶11.



Visto en cualquiera de los alzados, el esquema de fuerzas es el de la figura (a la izquierda): hay equilibrio de fuerzas verticales, también de horizontales (no hay), y también de momentos (dada la simetría de la distribución de fuerzas). Si cortamos imaginariamente por la mitad y nos quedamos con la mitad izquierda, sigue habiendo equilibrio de fuerzas verticales, pero no de momentos (no hay simetría ahora): los soportes de la izquierda volcarían hacia la derecha —si sólo existieran estas fuerzas—, puesto que las dos cargas $Q/4$ tienen su centro fuera de la base de apoyo (que al cortar se ha reducido drásticamente a la superficie de las dos patas). Si el equilibrio es posible es porque la estructura aporta fuerzas adicionales (internas de ella, su *esfuerzo*) de manera que la acción de las pesas se "entera" de que es equilibrada por la reacción en la base de los soportes.

¶12.

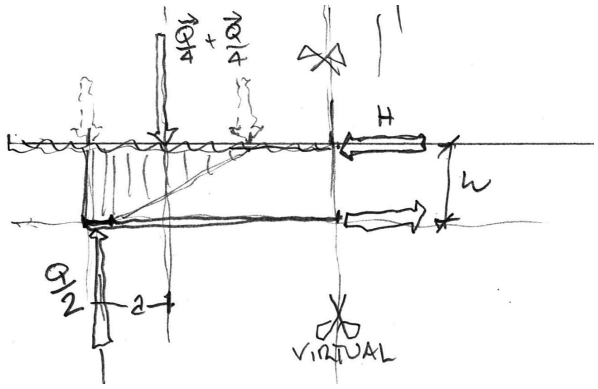


¿Qué fuerzas son esas? Consideremos la mitad derecha del corte imaginario, véase la figura anterior. Si hay equilibrio, han de ser fuerzas tales que, compuestas con las fuerzas exteriores que ya tenemos, $Q/4 + Q/4$ de las pesas, y $Q/2$ de la reacción de la mesa, den como resultado dos fuerzas iguales y opuestas y alineadas. Una fuerza H hacia la derecha en el suelo, sumada a la suma de las dos fuerzas $Q/4$ ($Q/2$ en verde, dirigida hacia abajo, en la figura), da como resultado una única fuerza inclinada (en azul). Si la dirección de esa fuerza apunta a la base del soporte, y si el tirante aporta, con su esfuerzo, otra fuerza H hacia la izquierda, que sumada a la reacción vertical $Q/2$ en el apoyo, da una resultante inclinada que apunta hacia la anterior, tenemos la cosa resuelta. Basta un dibujo a escala.

El dibujo se construye en orden inverso al usado para describirlo: se traza la recta **AB** que nos da la dirección que han de tener las dos fuerzas oblicuas que se contrarrestan. Cualquiera de las fuerzas $Q/2$ se proyecta en esa recta, lo que determina la fuerza azul, es decir, la magnitud de las fuerzas oblicuas, cuyo valor puede medirse a escala. Finalmente, el vector azul se proyecta sobre la horizontal, obteniéndose la magnitud de las fuerzas H, lo que permite dibujarlas (en verde) en el punto en que la estructura se cortó imaginariamente.

En el dibujo podemos leer, en la escala de Q, que H ($\vec{H}_\mathrm{R}$ o $\vec{H}_\mathrm{C}$ en la figura) es más o menos $0{,}4Q$. Nótese que la posición de la reacción de la mesa es incierta: lo más desfavorable para la estructura es que se sitúe en el último punto de apoyo ($Q/2$ en verde, abajo), el más alejado del centro del suelo. Pero esa reacción bien pudiera estar al interior, en el otro extremo de la pata de la mesa (esquema de fuerzas en rojo). En este último caso, la fuerza horizontal no necesita ser tan grande, porque acción y reacción están más cerca y la inclinación para conectarlas es menor.

¶13.



El problema anterior es de vuelco. Y el cálculo gráfico precedente puede hacerse también con números, véase la figura. Sobre los soportes actúa un par horario de valor $a \cdot Q/2$ que intenta volcarlos, con $a \approx 15\,\mathrm{cm}$. La única posibilidad de equilibrio es que tanto el suelo como los tirantes aporten un par de sentido contrario $h \cdot H$, con $h \approx 18\,\mathrm{cm}$. Para ello, nótese que tanto la fuerza en el suelo como en los tirantes, H, debe ser la misma para no destruir el equilibrio de fuerzas horizontales (el tirante podría tener una tracción menor si tuviéramos en cuenta el rozamiento con la mesa de la base de los soportes, de manera que la H inferior estaría suministrada por la tracción en los tirantes más el rozamiento: no entraremos en ello de momento). Nótese también que para que el nuevo par sea antihorario, el suelo tiene que comprimirse y el tirante traccionarse. En cualquier caso, en los tirantes podemos ver que hace falta resistir una tracción del orden de $H = Q \cdot \dfrac{a}{2h} \approx 0{,}42Q$. Como antes.

¶14. **A**hora podemos estimar el grueso que se requiere en los tirantes. Si para resistir la compresión $Q/4$ usamos en cada soporte 180 mm de ancho de cartón, en los dos tirantes deberíamos usar $180\,\mathrm{mm}\dfrac{0{,}42Q}{0{,}25Q} \approx 300\,\mathrm{mm}$, es decir, unos 150 mm en cada tirante. Esto nos complica la vida, porque la solución más simple sería un tirante de unos 45 mm de ancho, el de los soportes. Para llegar a los 150 mm, podemos disponer un tirante con sección en forma de T invertida, con un ala de 45 mm y un alma doble de unos 60 mm de canto. Veremos.

¶15. **E**n cada clave, entre los soportes, necesitamos igualmente 150 mm de cartón: aquí no hay mayor problema, puesto que el suelo tiene ¡600 mm! de ancho en la clave. El problema es que se trata de una zona comprimida que, si es muy esbelta, pandeará. Probablemente no hacia arriba, pues están las pesas que lo impiden. El cartón en el que estamos pensando tiene 5 mm de espesor, y va libre entre ambos soportes a lo largo de 300 mm: su esbeltez geométrica es de 60, no muy elevada, pero importante. Algo poco esbelto, como de proporción 5 ó 10, apenas pandea, pero con más esbeltez puede haber problemas. Quizás sea necesario aumentar de alguna forma la rigidez a flexión en esa zona: el asunto queda pendiente.

¶16. **¿P**odemos reducir la sección del tirante acudiendo al rozamiento en la base de los soportes? Para inclinar la reacción $Q/2$ de la mesa hace falta una fuerza "reactiva" de $0{,}42Q$. Con un coeficiente de rozamiento moderado como 0,36 (ángulo de rozamiento de 20°) el rozamiento entre mesa y soporte puede suministrar no más de $0{,}18Q$, y el resto hasta $0{,}42Q$, debe suministrarlo el tirante, $0{,}24Q$. Sólo hay que asegurarse de que la fuerza suministrada por el rozamiento tiene el mismo sentido que la tracción del tirante. Puesto que el rozamiento siempre se opone al movimiento (una de las cuatro afirmaciones de Leonardo sobre el tema), basta pensar que pasaría si no hubiera tirante, o, habiéndolo, si lo cortáramos de repente... ¡Exacto! Que el soporte de la izquierda se iría hacia la izquierda, y el de la derecha hacia la derecha: ¡se separan! El rozamiento impide esto

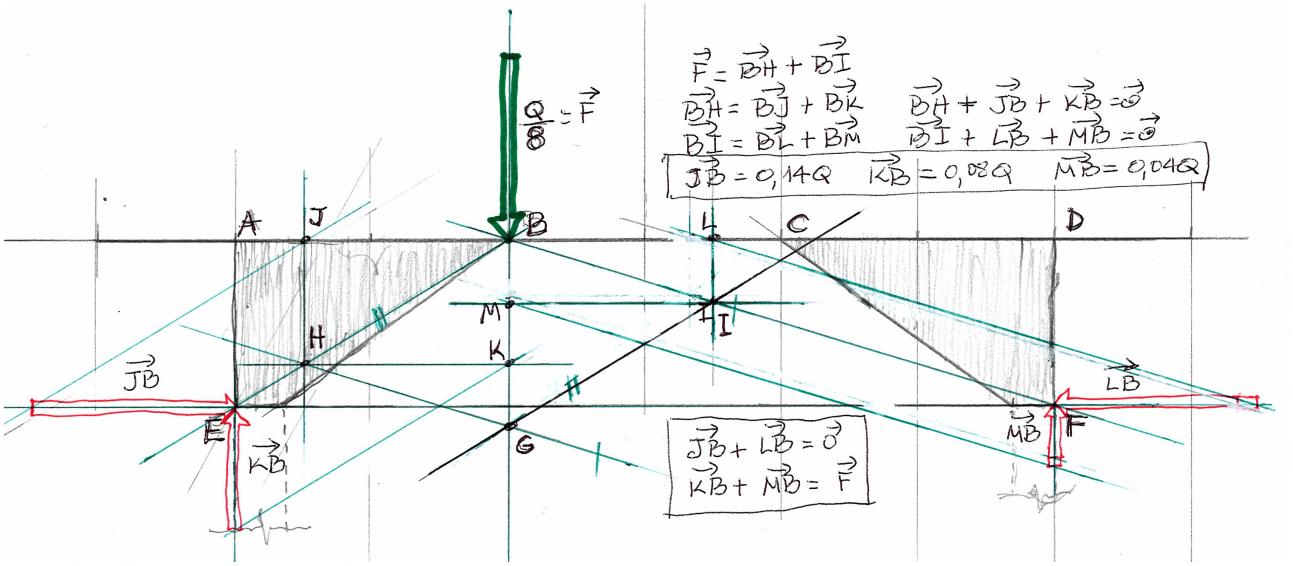
(si es suficiente) o, en cualquier caso, se opone a ello. Por tanto, en cada tirante necesitamos ahora tiras de $150\,\text{mm}\dfrac{0{,}24}{0{,}42} = 86\,\text{mm} \approx (45+45)\,\text{mm}$: ¿un cartón doble? ¿una T invertida más sencilla? Asunto pendiente.

> El rozamiento, cuando es suficiente, suministra muchísima más rigidez que un tirante. De hecho, siempre hay algo de rozamiento, y mientras el empuje de un arco no lo supere, su tirante no entra en tensión.
>
> Además del rozamiento en el apoyo, otra forma frecuente de equilibrar empujes (y prescindir de los tirantes) consiste en disponer contrafuertes. En realidad se trata otra vez de rozamiento, salvo que ahora se aumenta el peso con el contrafuerte, aumentando la reacción normal y, por tanto, el rozamiento total.
>
> Rozamiento en el apoyo, rozamiento en contrafuertes, y tirantes pueden disponerse simultáneamente. Con cargas pequeñas es complicado averiguar que fracción del empuje se equilibra de cada forma. Pero al menos hay que asegurar que para la carga de rotura exigida por el requisito de resistencia, el empuje resultante sea equilibrado entre los tres, es decir, que sumando lo máximo que pueda aportar cada uno se supera o cuando menos se iguala el empuje del arco bajo la carga de rotura.

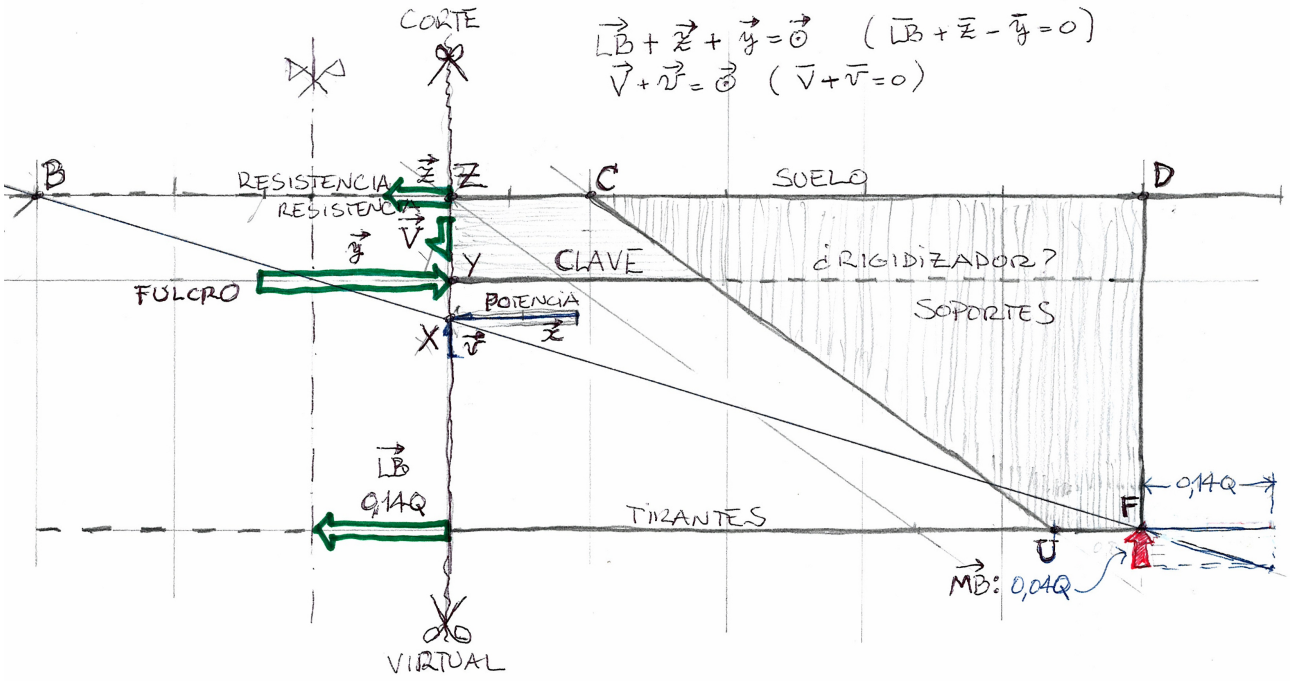
¶17. Es importante darse cuenta de que los argumentos de ¶12 o ¶13 tienen un alcance limitado: describen como hemos imaginado 'la cosa', pero 'la cosa' podría ser diferente en realidad. La estructura podría *esforzarse* de otra forma para mantener las cargas en equilibrio, no necesariamente tal y como hemos imaginado: podrían aparecer esfuerzos distintos a los dibujados, incluso estos ser de distinta magnitud. Lo único que podemos afirmar con razonable certeza es que si la estructura es *capaz* de desarrollar los esfuerzos que hemos calculado, el equilibrio de las cargas es posible (hasta donde la *capacidad* de la estructura permita). Incluso esta afirmación requiere cumplir algunas condiciones pues lo único que conocemos con certeza es la posición de las pesas: la reacción de la mesa sólo puede aparecer en la superficie de contacto entre mesa y estructura; los esfuerzos de la estructura sólo pueden aparecer en la superficie que aparece al cortar imaginariamente; en ningún caso puede haber reacciones o esfuerzos en el aire…

Carga asimétrica

¶18.



Mientras que no se alcance la totalidad de la carga útil, la carga es asimétrica (azarosamente además) desde que se pone la primera pesa. No hay mucha duda de que la "peor" simetría (o la mayor asimetría) se produce si las primeras cuatro pesas caen todas en la fila **B** de la figura (o en la **C**, es lo mismo, por la simetría del esquema). Se trata de ver ahora que esfuerzos y reacciones se requieren para sostener $Q/8$ en **B**. Trazamos el triángulo **EBF**, con lo que suponemos que las reacciones de la mesa aparecen en el borde exterior de las patas. Con el paralelogramo de Aristóteles descomponemos $Q/8$ en fuerzas en las direcciones **BE** y **BF**, $\vec{\text{BH}}$ y $\vec{\text{BI}}$. Sus proyecciones horizontal y vertical ($\vec{\text{BJ}}$, $\vec{\text{BL}}$, $\vec{\text{BM}}$, $\vec{\text{BK}}$) nos dan las fuerzas que en sentido contrario deben aparecer en **E** y **F**. Basta medir en un dibujo a escala: la reacción vertical en **E** debe ser $0{,}67\dfrac{Q}{8}$ y aquella otra en **F**, $0{,}33\dfrac{Q}{8}$. Entre tirantes y rozamientos se debe aportar un fuerza horizontal $0{,}14Q$, situación que no es peor que la de plena carga, al menos para el tirante. Nótese que la tracción del tirante la hemos dibujado como reacción de contrafuertes. Es porque el esfuerzo del tirante no puede "verse" como una fuerza interna hasta que no lo cortemos imaginariamente. En cualquier caso, da lo mismo: rozamiento, contrafuerte y/o tirante, se trata de fuerzas con la dirección común **EF**, y su suma debe proporcionar $0{,}14Q$ tanto en **E** como en **F**. Esto muestra además que la unión del tirante con la base del soporte es crítica: sin una unión eficaz todo quedará en manos del rozamiento: el tirante ni entrará en tensión…



El ángulo MBI de la figura mide la inclinación de la reacción en **F** con la vertical, que con los resultados anteriores es del orden de 73°. Ese valor puede compararse con el ángulo de rozamiento y si aquel es mayor significa que el rozamiento no puede suministrar *toda* la componente horizontal que requiere el equilibrio. Ángulos de rozamiento típicos son 30°; para la madera con madera, 25°; y con materiales habituales es complicado alcanzar los 45° (fundición con cobre; hormigón con caucho, por ejemplo). Por tanto, con poca carga asimétrica la presencia de los tirantes es indispensable.

Retomando los números de ¶13 para la situación "a plena carga", la inclinación de la reacción era allí de unos 40°, menor que con un poco de carga asimétrica. Aunque la presencia de los tirantes sigue siendo imprescindible, el rozamiento del cartón y la madera puede aportar una fracción mayor de la reacción horizontal. Si la estructura fuera de hormigón y las patas de la mesa estuvieran acabadas en caucho, incluso se podría prescindir de los tirantes "a plena carga", pero no con carga asimétrica; este sería uno de los casos en que menos carga puede requerir la presencia de piezas que serían innecesarias con más carga.

En nuestro caso, "a plena carga" los tirantes deberían resistir unos $0{,}24Q$ (véase ¶16) si tenemos en cuenta el rozamiento, y con la peor de las cargas asimétricas —y prescindiendo de la aportación pequeña del rozamiento—, sólo $0{,}14Q$. Así que, en conclusión, diseñando los tirantes para el primer caso, cubrimos holgadamente el segundo.

¶19. Entre **B** y **C**, el suelo (reforzado o no por la clave) debería aportar una fuerza en la dirección de **BF**, algo imposible si a lo largo de este último segmento no hay materia, no hay estructura. La fuerza oblicua puede descomponerse, como antes, en componente horizontal, $0{,}14Q$, y en vertical, $0{,}33\dfrac{Q}{8} \approx 0{,}04Q$. Sólo queda ver como "compensamos" el hecho de que, de momento, esas fuerzas sólo pueden aparecer en la horizontal **BC** y no, como se requiere, en la oblicua **BF**. Podemos recordar a Arquímedes: "Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo": podría hacerse pero Arquímedes tendría que buscar el punto de apoyo mucho más allá de la galaxia Andrómeda. Nuestra distancia es mucho más modesta y la ley de la palanca puede ayudarnos a entender cómo *con un punto de apoyo podemos resistir* $0{,}14Q$.

Tradicionalmente, en la palanca se consideran dos únicas fuerzas, potencia y resistencia, además del punto de apoyo, o fulcro. Según la posición relativa de estos tres elementos se distinguen tres "especies" de palancas. En el apoyo también ha de existir una fuerza, sin la que el equilibrio general es imposible. Si frecuentemente no se la menciona es porque el punto de apoyo es el terreno o alguna estructura mucho más gruesa, de manera que como no se duda de su resistencia, no se evalúa cuanto tiene que resistir. En nuestro caso, la fuerza en el fulcro, como veremos, es tan importante como la "resistencia", y ambas han de ser aportadas por la estructura.

¶20. Necesitamos ver como organizar fuerzas internas que resulten en el mismo efecto que una fuerza horizontal $0{,}14Q$ en un punto como el **X** (la potencia), véase la figura de la p. 6. Nuestra "resistencia" conviene situarla donde ya tenemos estructura, en **Z**. Para que haya "palanca" necesitamos un punto de apoyo, el fulcro, que podemos situar entre **X** y **Z**, en **Y**. Un primer resultado es que necesitamos una clave con *canto*: hay que construir el fulcro. La palanca funciona si la fuerza en **Z** es como $\dfrac{\mathbf{YX}}{\mathbf{ZY}}$ la potencia en **X**, $\vec{z} = \dfrac{\mathbf{YX}}{\mathbf{ZY}} \cdot \vec{x}$. Y en el fulcro **Y** tendrá que aparecer una fuerza igual a la suma de ambas y de sentido contrario, $\vec{y} = -(\vec{x} + \vec{z})$.

En resumen: el efecto de las cargas en **X**, de $0{,}14Q$, puede resistirse con una tracción $0{,}14\dfrac{\mathbf{YX}}{\mathbf{ZY}}Q$ en la cara superior del suelo junto con una compresión $0{,}14\left(1+\dfrac{\mathbf{YX}}{\mathbf{ZY}}\right)Q$ en la cara inferior de la clave. La combinación óptima para la clave resulta al situar **XYZ** en la vertical de **B**: no necesitamos palanca. La combinación pésima, cuando situamos **XYZ** en la vertical de **C**. Dependiendo de nuestra elección de **Y** así resultarán las fuerzas necesarias. Como en esa vertical **XZ** es 90 mm, con **Y** mediando entre ambos resulta que la tracción será $0{,}14Q$ y la compresión el doble, $0{,}28Q$. Este incremento de la compresión en la cara inferior de la clave, más la aparición de una tracción de igual magnitud que la compresión original, es el "precio" que hay que pagar por no situar la resistencia allí donde espontáneamente se sitúa la potencia.

> Nótese que la posición de **Y** es incierta, pero solo relativamente. La distancia **YZ** es la medida del canto de la clave: no puede ser menor que eso porque la compresión en **Y** tiene que corresponderse con tensiones en el material. Si quisiéramos poco canto, por ejemplo el del suelo, quizás reforzado con otra lámina de cartón, de unos 10 mm de canto total, la compresión en **Y** se "dispara": $\bar{\text{XY}} \approx 80\,\text{mm}$, $\bar{\text{ZY}} \approx 10\,\text{mm}$, $0{,}14\left(1+\dfrac{\mathbf{YX}}{\mathbf{ZY}}\right)Q = 1{,}26Q$.

¶21. La compresión de $0{,}28Q$ en la clave, retocando las proporciones que antes utilizamos, requiere $180\,\text{mm}\dfrac{0{,}28Q}{0{,}25Q} \approx 200\,\text{mm}$, es decir, 100 mm en cada una de las claves. La tracción, menor, puede ser resistida cómodamente por el amplio suelo encima de la clave.

¶22. Lo único que queda por ver es la fuerza vertical, cortante, de $0{,}04Q$. Se trata de una fuerza aplicada tangencialmente en la cara del corte imaginario, una fuerza que tiende a rasgar el cartón, no a estirarlo o acortarlo. No tenemos datos (el alcance estructural sólo da una idea de lo que se resiste a tracción o compresión), pero suponiendo que el orden de magnitud sea semejante, casi cualquier ancho de cartón, en vertical, conectando el suelo con la cara inferior de la clave servirá, dada su pequeña magnitud.

¶23. La figura anterior sugiere otra solución alternativa a la clave de canto constante. Si trazamos **BU** y su simétrico, junto con la poligonal **EBCF** (véase la figura de ¶18), aparece una clave formada por dos triángulos, a modo de un anti-tímpano. Una o dos láminas con esa forma, pegadas o separadas, enrasadas con las caras exteriores de los soportes, no parecen un disparate estructural (rellenan con estructura la trayectoria **BF**) y ofrece una composición del espacio que realza o subraya el efecto de las caras inclinadas de los soportes. En tal caso, la fuerza que hay que resistir es la "resistencia" original, suma de $\vec{x}+\vec{v}$, de $0{,}15Q$ de intensidad (por Pitágoras), lo que requiere $180\,\text{mm}\dfrac{0{,}15Q}{0{,}25Q} \approx 110\,\text{mm}$, es decir, 55 cm en cada anti-tímpano. ¡Qué duda!

La crisis

¶24. 26N: Cuando estaba todo ya listo, e iba a empezar a construir para llegar a tiempo a la cita del 28N, entré en crisis. El diseño original de Olmedo, en el que la cabeza de los soportes se extendía más allá del cuadrado de 30 cm de lado que forman los CDGs de las pesas, era mucho mejor: como tres puntos definen un plano, en el diseño original las pesas se apoyarían en como poco tres puntos en la cabeza del soporte con independencia de las irregularidades del suelo. Ni siquiera harían falta piezas secundarias para hacer frente a la tolerancia en la posición de las piezas. ¡Vuelta a empezar!

Rehice todo el diseño ampliando la cabeza de los soportes en unos 2,5 cm en cada lado. De hecho utilicé un `geogebra` paramétrico para poder hacer pequeñas modificaciones sobre la marcha.

Aunque lo intenté no llegué a tiempo para el 28N. La rotura de este suelo se programó para el fin-de-curso, el 14D.

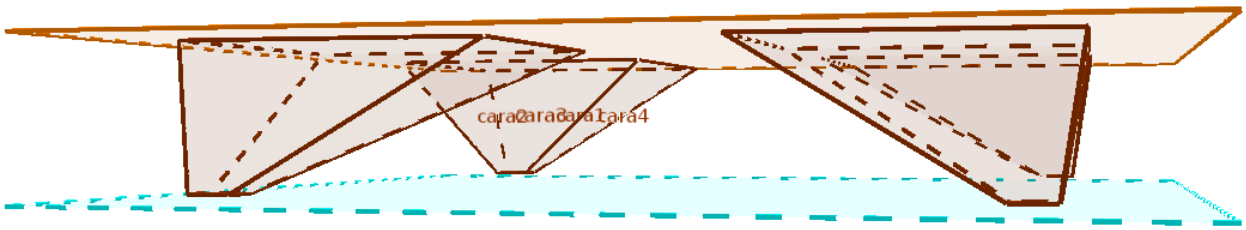
¶25. A pesar de los cambios geométricos, mucho del trabajo de proyecto anterior sigue valiendo: la descomposición en piezas (¶5), las proporciones para el dimensionado del grueso de las mismas (¶9, ¶14, ¶16, ¶21, ¶22, o ¶23). Por supuesto, la geometría de las piezas se verá modificada en alguna medida.

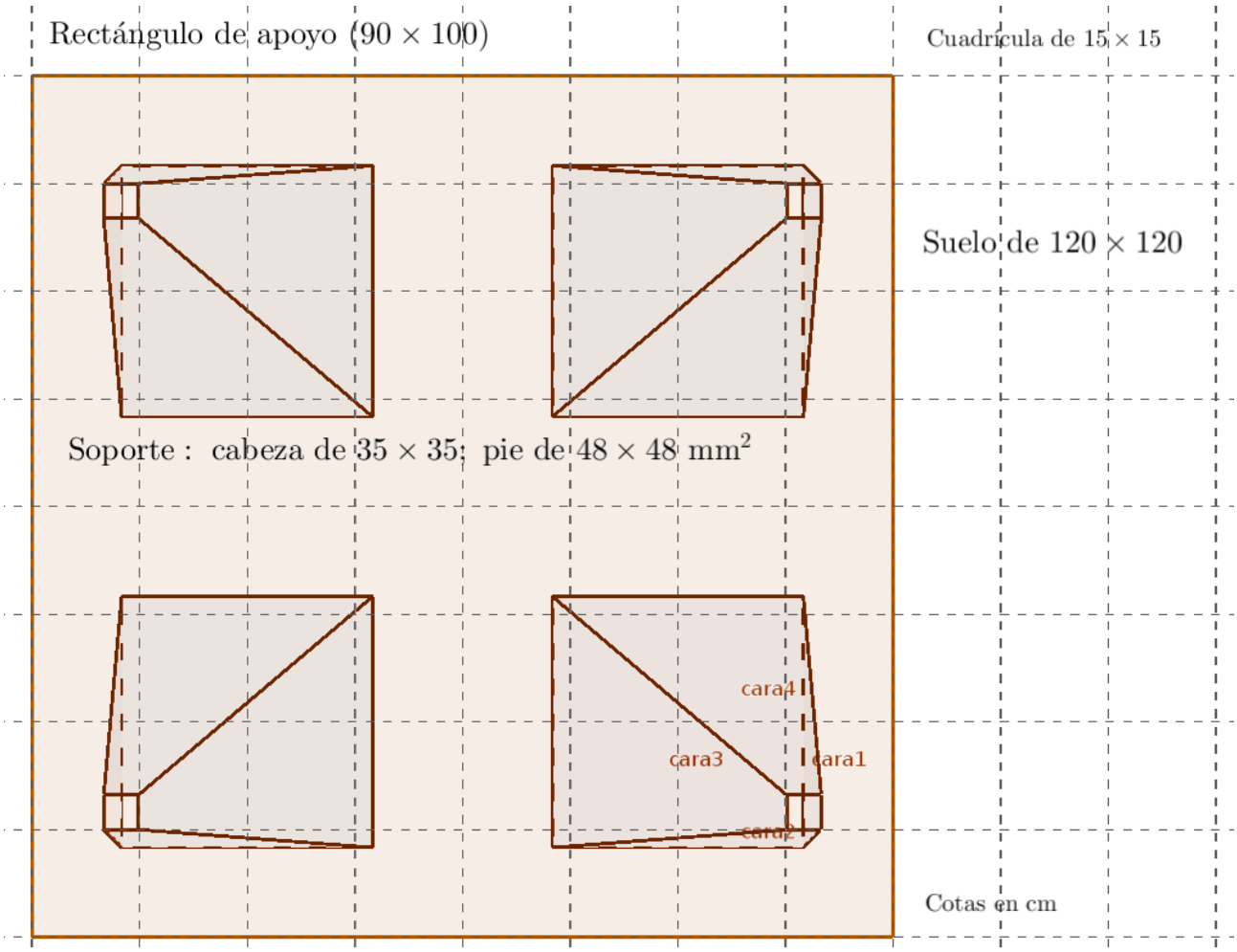
Los detalles

¶26. No conseguimos cartones de $120\times120\,\text{cm}^2$, así que el suelo se forma con dos piezas de $120\times60\,\text{cm}^2$. Y su masa es mayor de lo previsto $426+380\,\text{g} = 806\,\text{g}$, lo que corresponde a un gramaje medio de 560.

¶27. El cartón que usamos es de resistencia ortótropa: si intentas alargarlo o acortarlo en la dirección paralela a las líneas de pliegue del papel interior, ofrece más resistencia que en la dirección perpendicular. Esto es más evidente cuando se intenta cortarlo: es fácil en la dirección paralela a los pliegues, más difícil en la perpendicular (el sonido de la cuchilla es incluso bien diferente: cuanto más ruido, mayor resistencia).

¶28. Sin embargo, dada la casi simetría central del suelo, necesitamos una superficie que resista lo mismo en cualquier dirección. A tal fin decidimos disponer una cruz de 5 teselas pegada al suelo: por un lado resuelve como unir las dos láminas, por otro dota de algo parecido a resistencia isótropa en la parte del suelo sobre el rectángulo de apoyo—previsiblemente la parte más solicitada, y además nos suministra un resalte útil para unir la cabeza de los soportes. Otras láminas de menor tamaño se pegan por el perímetro, de manera que los refuerzos "dibujan"





El diseño definitivo después de la crisis

los cuadrados donde hay que encajar la cabeza de los soportes. Por la misma razón que con las láminas del suelo, la cruz se forma con dos piezas, 259 g en total. Al final, el suelo, formado por dos láminas, tiene 1,51 kg; casi la mitad del total, y ya veremos si lo reforzamos más (con una tercera lámina, o construyendo claves).

¶29. Por la ortotropía, el corte de las piezas de los soportes no se hace mediante un recortable por cada uno, sino alineando los 45 mm del lado de apoyo en las patas de la mesa en la dirección perpendicular a la de plegado: sabemos que el esfuerzo de compresión es perpendicular al plano de apoyo así que aseguramos disponer la dirección de mayor resistencia paralela al esfuerzo en la base de los soportes: uno de los puntos críticos.

¶30. Las cuatro piezas se unen en horizontal con cinta de papel y formamos así el desplegable. Su altura será de 165 mm para dejar 5 mm para el suelo por arriba, y 10 mm para una chapa de apoyo y los tirantes en la base. Las piezas básicas de cada soporte, sin pegar aún, se llevan 477 g ÷ 4 de cartón cada una.

¶31. Como montar los soportes es complicado por su geometría y hay que hacerlo cuatro veces, se preparó un quinto juego de piezas para montar uno prototípico y descubrir los problemas según surgían. Entre ellos cabe mencionar sobre todo que el grueso del cartón, 5 mm, no es marginal comparado con las dimensiones del soporte, que van desde 48 hasta 350 mm. Por ejemplo, el pie del prototipo salia de 360 mm, imposible de encajar en la cara inferior del suelo (y se uso en éste una tolerancia de fabricación de ±1 mm). Por lo mismo, los cuatro lados del pie del soporte ni definían un plano horizontal, ni el lado medía los 48 mm previstos. Se vio así la necesidad de "biselar" los bordes de las caras que iban a formar las aristas de los soportes entre su pie y su cabeza. Como eso ya no era posible, al estar cortadas las piezas, se produjo algo parecido "chafando" esos bordes mediante un tornillo de carpintero y tablas bien planas y rígidas.

El prototipo se sometió a carga con la estructura invertida sobre una mesa amplia (a "reacción" en realidad), aunque la carga fue pequeña, y se confirmó la necesidad de los tirantes que eviten el vuelco (tendencia visible con una "reacción" igual al peso de 4 kg, bastante menos que el de los 80 kg que gravitarán sobre cada soporte con la carga útil)

¶32. Como tirantes se decidió emplear sendas tiras de 60 mm (o menos, ya veremos), una horizontal y otra vertical. Esta última se pegará a las caras externas de los soportes, mientras que las primeras se unirían a solapas o muñones dispuestos en la base de apoyo. En parte por la dificultad de conseguir tiras de más de 100 cm de largo, en parte como oportunidad para ajustar las dimensiones finales, los tirantes serán de dos piezas, unidas mediante solape de sendas láminas del mismo ancho, solapadas 120 mm en cada medio tirante (longitud total de 240 mm.

¶33. En la base de los soportes y su contacto con las patas de la mesa, no sólo confluyen todas las fuerzas internas para ser equilibradas por las reacciones esencialmente verticales de la mesa, también todos los problemas derivados de uniones y acumulación de errores geométricos. Pensando a la vez en como transferir esfuerzos de un sitio a otro y en como montar el conjunto, se optó por preparar un prototipo de la siguiente guisa (de abajo hacia arriba):

- un cuadrado de $44 \times 44\,\mathrm{mm}^2$ que pueda introducirse en el hueco de la base del soporte
- una base de apoyo amplia, de unos $100 \times 100\,\mathrm{mm}^2$ formada con dos chapas con el plegado cruzado, encoladas y aplastadas con el tornillo de carpintero, irá ajustada con la esquina interior de la base de los soportes
- sendas solapas para la unión de los tirantes, cruzadas y aplastadas en el solape con la base apoyo

y todo ello encolado formando una pieza que se unirá a la base de los soportes. En total, el prototipo realizado lleva 39 g.

¶34. Para los elementos secundarios, se adoptó el enfoque empírico del primer escrito de Olmedo: ensambladas las piezas principales (suelo, soportes, tirantes) se procedió a cargar la estructura en puntos "sensibles", y observando su deformación se decidió dónde y con qué forma había que disponer piezas adicionales.