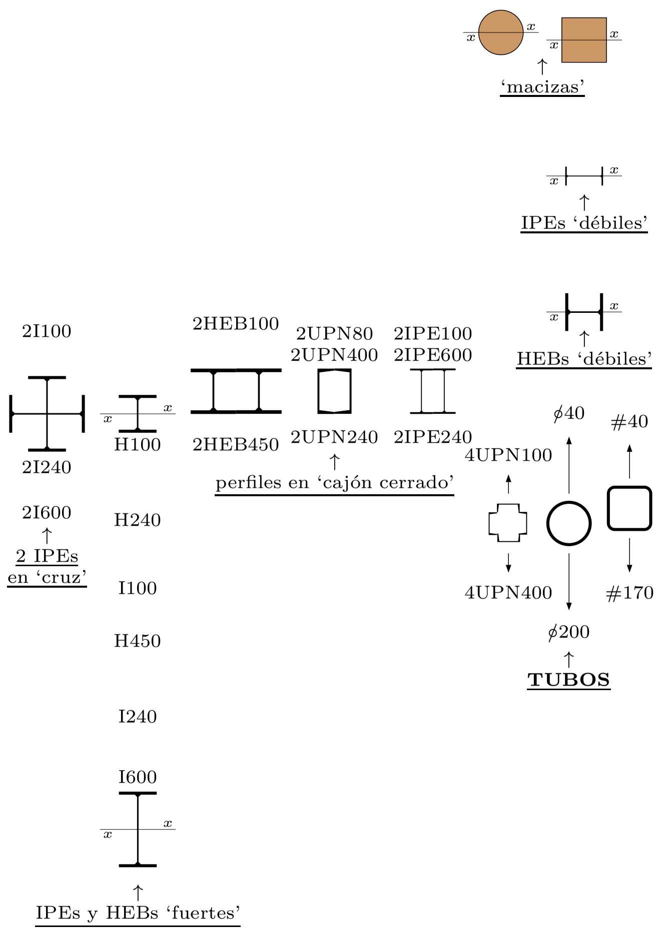
Diseño a compresión simple con acero corriente

Máximo Problema de Pandeo $\mathcal{P}$

que resuelve una pieza con sección de eficacia $\mathcal{E}$ y esbeltez mecánica λ,
cuando el material empleado es acero corriente que resiste con seguridad tensiones normales de 180 N/mm^2.

Repertorio de secciones



$\mathcal{E}$ficacia ↓	$\omega \to$ **1,1** $\lambda \to$ **45**	**1,25** **63**	**1,50** **80**	**1,75** **90**	**2** **100**	α (kN/m^2) ↓
0,289	**1,03** 970	**2,30** 435	**4,47** 224	**6,53** 153	**9,31** 107	**107**
0,408	**2,06** 485	**4,59** 218	**8,95** 112	**13,1** 76,6	**18,6** 53,7	**54**
0,577	**4,13** 242	**9,19** 109	**17,9** 56	**26,1** 38	**37,2** 27	**27**
0,817	**8,25** 121	**18,4** 54,4	**35,8** 28	**52** 19	**74,4** 13,4	**13**
1,15	**16,5** 61	**36,8** 27	**72** 14	**104** 9,6	**149** 6,72	**7**
1,63	**33** 30	**74** 14	**143** 7	**209** 4,8	**298** 3,4	**3,4**
2,31	**66** 15,2	**147** 6,80	**284** 3,52	**420** 2,38	**593** 1,69	**1,7**
$\frac{\lambda^2\omega(\lambda)}{\mathsf{f}}$ $\left(10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kN}}\right)$	12,4	27,6	53,7	78,3	112	$\ell^2/\mathsf{R_N}$ (10^{-3} m^2/kN) $\mathsf{R_N}/\ell^2$ (kN/m^2)

Definiciones

La importancia del pandeo se mide mediante la cantidad $\mathcal{P} = \ell^2/\mathbf{N}_\mathrm{k}$, siendo ℓ la longitud de pandeo y $\mathbf{N}_\mathrm{k}$ la compresión característica. El mayor pandeo que una pieza puede soportar con seguridad viene dado por:

$$\frac{\ell^2}{\mathbf{R}_\mathsf{N}} = \frac{1}{\mathbf{f}} \cdot \lambda^2 \cdot \omega(\lambda) \cdot \mathcal{E}^2$$

$\mathbf{R}_\mathsf{N}$ es la compresión simple resistida con seguridad; $\omega(\lambda)$ es el coeficiente de pandeo, función de la esbeltez mecánica de la pieza, $\lambda = \ell/\mathbf{i}$ (debe usarse la del plano de pandeo que la tenga mayor); $\mathbf{i}$ es el radio de giro de la sección, de área $\mathbf{A}$. $\mathcal{E}$ es un índice de la *eficiencia a flexión* de la sección en cada plano: $\mathcal{E} = \mathbf{i}/\sqrt{\mathbf{A}}$. (La cantidad $\sqrt{\mathbf{A}}/\mathcal{E}$ mide el volumen de material por unidad de longitud que 'cuesta' cada 'unidad' del radio de giro en ese plano, según sea la forma de la sección.) $\mathbf{f}$ es la tensión segura del material.

$\ell^2/\mathbf{R}_\mathsf{N}$ es un invariante para todas las piezas de igual esbeltez y eficiencia $\mathcal{E}$. Esto permite resumir todas las soluciones en una tabla pequeña y manejable. En la zona central de la tabla se dan los máximos valores de $\mathcal{P}$ (y de su inversa) para distintas combinaciones de esbeltez y eficiencia $\mathcal{E}$.

Uso normal de la tabla

Caracterizado el problema de diseño por $\mathcal{P}$, los distintos lugares de la tabla en que ese valor aparezca darán pistas sobre las posibles soluciones al problema, cada una caracterizada por una esbeltez λ (y su correspondiente coeficiente de pandeo, ω) y una eficiencia de sección, $\mathcal{E}$.

ecciones	$\mathcal{E}$ficacia ↓	$\omega \to$ 1,1 $\lambda \to$ 45	1,25 63	1,50 80	1,75 90	2 100	α (k ↓
'macizas'	0,289	**1,03** 970	**2,30** 435	**4,47** 224	**6,53** 153	**9,31** 107	**107**
IPEs 'débiles'	0,408	**2,06** 485	**4,59** 218	**8,95** 112	**13,1** 76,6	**18,6** 53,7	**54**
2IPE100 2IPE600 HEBs 'débiles'	0,577	**4,13** 242	**9,19** 109	**17,9** 56	**26,1** 38	**37,2** 27	**27**
2IPE240 4UPN100 ϕ40 #40 rrado'	0,817	**8,25** 121	**18,4** 54,4	**35,8** 28	**52** 19	**74,4** 13,4	**13**
4UPN400 #170 ϕ200 **TUBOS**	1,15	**16,5** 61	**36,8** 27	**72** 14	**104** 9,6	**149** 6,72	**7**
	1,63	**33** 30	**74** 14	**143** 7	**209** 4,8	**298** 3,4	**3,4**

★ Pongamos, por ejemplo, un problema de pandeo caracterizado por 3 m de altura y una carga 'regular', como de 320 kN: $\mathcal{P} = 9\,\mathrm{m}^2/320\,\mathrm{kN} = 28\times10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{kN}$. **¡Ojo! En la tabla se entra con las milésimas.** Aunque el valor 28 no se encuentra en la tabla, se le localiza entre varias parejas de valores, véanse los puntos de la figura. Cada pareja puede sugerir una solución:

- (**16,5 36,8**), (**18,4 36,8**) y (**18,4 35,8**): una solución con coeficiente de pandeo pequeño ($\approx$1,25) requiere una eficiencia grande, como la de los tubos; ω será mayor o menor que 1,25 según que el tubo requerido sea grande o pequeño.
- (**26,1 37,2**), (**26,1 52**): una solución HEB con pandeo en su plano débil tendrá un coeficiente de pandeo en el entorno de 1,75.

Como se ve, la tabla es un 'mapa' que permite trazar varios 'caminos' hacia *una* solución, rara vez única. ◁

Si el valor de $\mathcal{P}$ *sólo* aparece en las filas correspondientes a $\mathcal{E} \geq 1,63$ (o es mayor aún), las soluciones ajustadas (con $\omega \leq 2$) no pueden ser de sección conexa (salvo que se trate de un perfil en I en su plano fuerte): hay que acudir a diseñar una sección compuesta e inconexa para una estructura triangulada, tipo 'torre eiffel'. Visto de otro modo: para resolver tal problema con perfiles simples habría que aceptar coeficientes de pandeo mayores que 2, lo que significa resolver un problema de compresión con buena parte de la pieza traccionada (algo estéticamente repugnante, para lo que la tabla no ofrece *intencionadamente* ninguna ayuda).

Destilación de soluciones

Una vez se decide el tipo de sección de la solución, lo que se tiene es una estima bastante buena del coeficiente de pandeo, ω ¡ni más ni menos! **La solución obtenida debe comprobarse** con el formulismo habitual:

$$\mathbf{R}_\mathsf{N} = \frac{\mathbf{Af}}{\omega(\mathbf{A},\mathbf{i},\ell)} \geq \mathbf{N}_\mathrm{k}$$

★ En el ejemplo, con $\omega \approx 1,25$, se necesitaría un área de $320\,\mathrm{kN} \times 1{,}25/0{,}18\,\mathrm{kN/mm}^2 \approx 2{,}222\,\mathrm{mm}^2$, lo que corresponde a un tubo de 155 mm de diámetro, ϕ155.5.

El tubo ϕ155.5 tiene un área de 2.355 mm² y un radio de giro de 53,06 mm:

$$\lambda = \frac{3\,\mathrm{m}}{53{,}06\,\mathrm{mm}} = 57 \;\Rightarrow\; \omega \approx 1{,}22 \;\Rightarrow$$

$$\mathbf{R}_\mathsf{N} = \frac{2{,}355\,\mathrm{mm}^2 \times 0{,}18\,\mathrm{kN/mm}^2}{1,22} = 347\,\mathrm{kN} > \mathbf{N}_\mathrm{k} = 320\,\mathrm{kN}$$

La resistencia segura a comprensión es superior a la compresión característica: el diseño es, efectivamente, seguro. ¿Hubiera bastado un tubo menor? Puede comprobarse que no (el salto del catálogo es muy fuerte). ◁

Reglas de diseño aproximadas

El área necesaria puede estimarse con:

$$\mathbf{Af} \approx (\mathbf{N}_\mathrm{k} + \alpha \times \ell^2)$$

expresión en la que ℓ representa la longitud de pandeo en el plano pésimo (de esbeltez máxima), y α es un coeficiente que depende de la eficiencia, en ese plano, del tipo de sección que se va a emplear (véase la columna derecha de la tabla).

Para tubos de acero corrientes un valor práctico de α es $10\,\mathrm{kN/m}^2$. Para perfiles HEB pandeando en su plano débil, α ronda los $40\,\mathrm{kN/m}^2$. A cada tipo de sección (a la izquierda de la tabla) le corresponden los valores de α situados 'a su altura' (a la derecha). El diseño resultante debe siempre comprobarse en términos de su resistencia segura a la compresión, tal y como se indicó más arriba.

★ En el ejemplo, la regla para tubos sería:

$$(320\,\mathrm{kN} + 10\,\mathrm{kN/m}^2 \times 9\,\mathrm{m}^2)/0,18\,\mathrm{kN/mm}^2 \approx 2{,}277\,\mathrm{mm}^2$$

siendo ϕ155.5 el tubo más cercano. En el caso de un perfil HEB, con $\alpha = 40\,\mathrm{kN/m}^2$, resulta un área de 3.800 mm². El perfil más cercano es el HEB120, que resiste con seguridad *sólo* 306 kN, y resulta inseguro. Pero el perfil siguiente, HEB140, ya es seguro (aunque requiere un 83 % más de acero que el tubo redondo). ◁