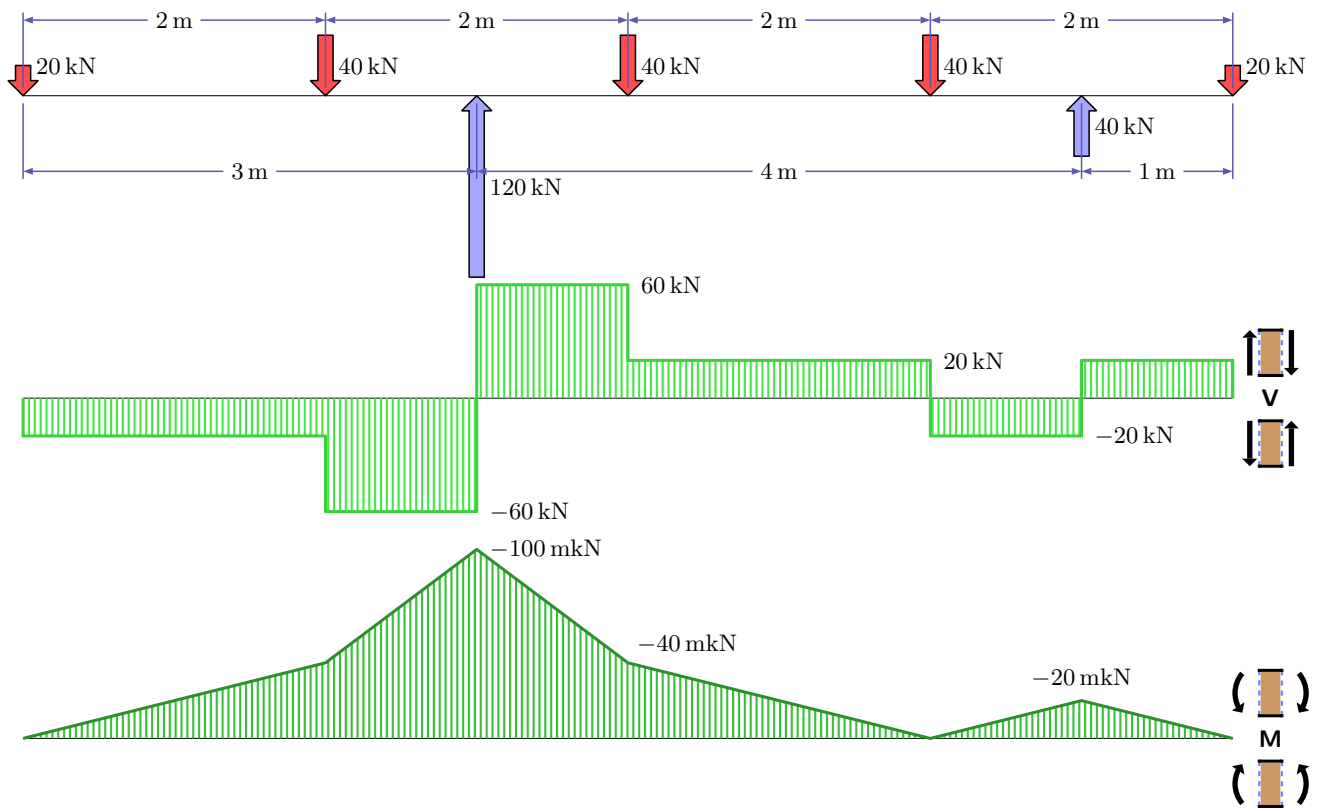


Diseño de cerchas: un ejemplo

Problema de Maxwell a resolver



Condiciones de diseño

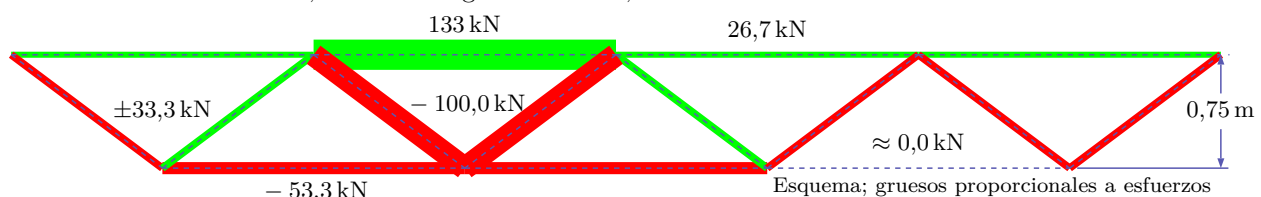
Estructura de acero laminado **S275** con $f = 190 \text{ N/mm}^2$ ($\gamma \approx 1,45$) y $E = 200 \text{ kN/mm}^2$. Dimensionado con tubos redondos **CHS** (ver el catálogo de la hoja **DATOS ESTRUCTURALES**). La distorsión media tanto en los vuelos como en el vano central entre apoyos no debe superar, en valor absoluto, 4 mm/m.

Herramientas de cálculo

Los esfuerzos en barras se han obtenido a partir de los diagramas de esfuerzos en una directriz horizontal. El dimensionado, mediante una calculadora. La geometría de equilibrio de las estructuras deformadas, mediante un programa de ordenador ([muac](#), se indica en un anexo como calcular movimientos “a mano”).

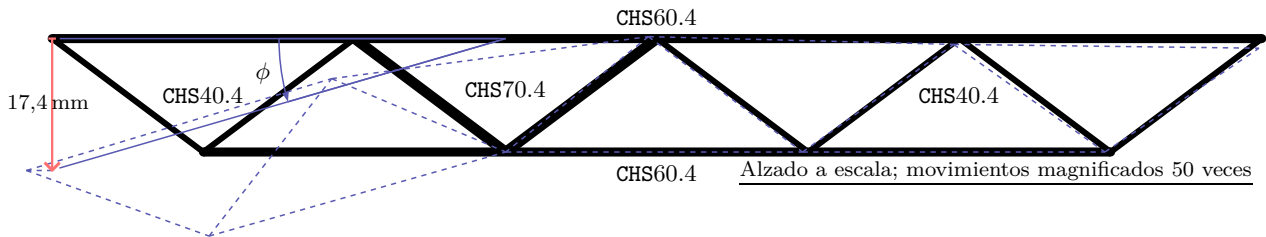
A: Viga de cordones paralelos

Canto útil constante de 0,75 m con diagonales a $\pm 36,9^\circ$.

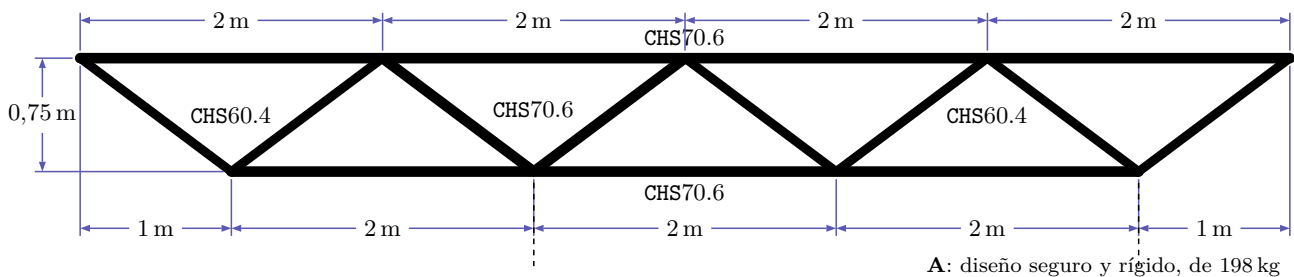


A la vista de los esfuerzos, se seleccionarán tubos de sección constante para todo el cordón superior, para todo el inferior, para todas las diagonales exceptuando las que acometen en el apoyo izquierdo, y para estas dos últimas: cuatro tubos distintos en total. Para el cordón superior, todo traccionado, basta con un **CHS60.4**, de 704 mm^2 de área. En los casos restantes hay que tantear secciones y comprobar su resistencia a compresión:

Problema $N; \ell$	Tubo	A mm ²	i mm	λ	ω	σ_{cmp} N/mm ²	R_C kN	$V = \sum A \ell$ dm ³
cordón superior: +133 kN; 2 m	CHS60.4	704				189		5,632
diagonales ligeras: -33,3 kN; 1250 mm	CHS60.4	704	19,8	63	$\approx 1,4$	≈ 66	≈ 95	3,390
(con el menor tubo del catálogo hay de sobra)	CHS50.4	578	16,3	77	$\approx 1,7$	≈ 98		
diagonales del sop. izq.: -100 kN; 1250 mm	CHS40.4	452	12,8	97	$\approx 2,19$	≈ 161		3,390
diagonales del sop. izq.: -100 kN; 1250 mm	CHS60.4	704	19,8	63,1	1,417	201	94,3	2,073
	CHS70.4	829	23,4					
cordón inferior: -53,3 kN; 2000 mm	CHS60.4	704	19,8	101	$\approx 2,19$	≈ 166	$\approx 61,1$	4,224
VOLUMEN TOTAL								15,3

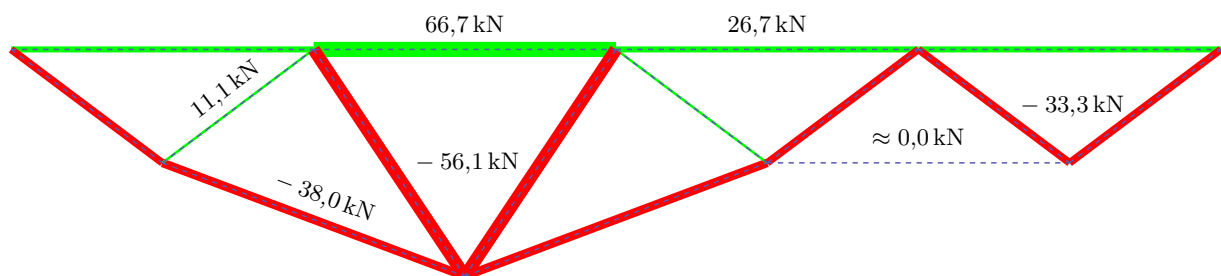


El descenso del vuelo izquierdo, de 17,4 mm, provoca una distorsión media de 5,81 mrad —medida sobre el vuelo de 3 m. Para no superar la distorsión tolerable, 4 mm/m, se puede: a) aumentar el grueso de alguna o todas las barras, y/o b) modificar el trazado de la estructura. En el primer caso podemos aumentar uniformemente las secciones de las barras que se deforman por un factor $5,81 \div 4$; si se mantiene la uniformidad del grueso del cordón inferior, el volumen de material necesario aumentaría hasta 25,2 dm³, debido a los saltos de área en el catálogo empleado, disminuyendo la distorsión hasta 3,5 mm/m. (La distorsión en el vano o en el otro vuelo es claramente menor: no hace falta comprobarlas.) Nótese que el peso de la cercha (1,98 kN) es totalmente despreciable frente a la carga total. En el segundo caso hay muchas maneras de modificar el trazado...



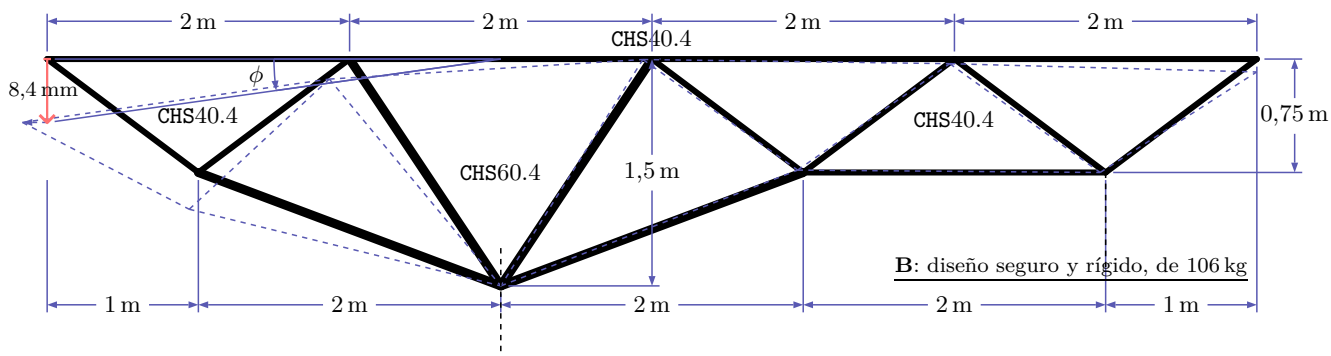
B: Viga de cordones paralelos acartelada

Como la anterior, pero el canto aumenta hasta 1,5 m justo en el apoyo izquierdo. De los cuatro *jabalcones* que se apoyan en el soporte izquierdo, los dos exteriores son de 2,136 m, inclinados $\pm 20,6^\circ$; mientras que los dos interiores son de 1,803 m, a $\pm 56,3^\circ$. Con este trazado alternativo cabe esperar disminuir tanto el volumen de acero necesario como la distorsión máxima, en el vuelo izquierdo.



Se opta como antes por buscar un mismo grueso para el cordón superior. Para todas las diagonales cortas y la barra sin esfuerzo valdrá el mismo tubo que en el primer diseño, CHS40.4. Las dos parejas de jabalcones se analizan y diseñan por separado.

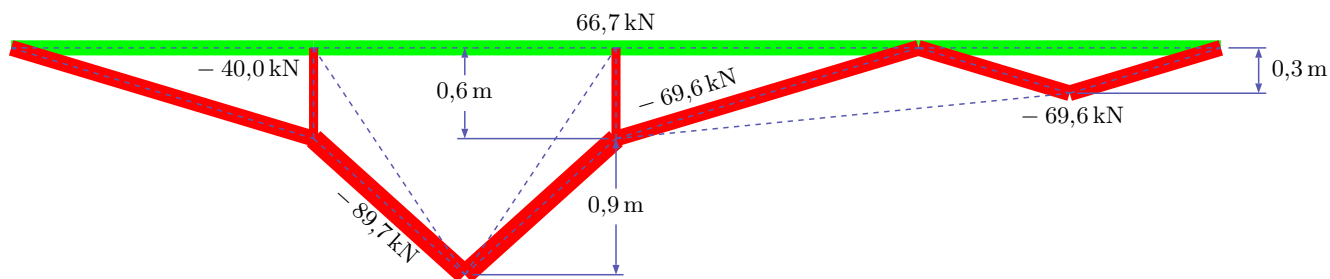
Problema $N; \ell$	Tubo	A mm ²	i mm	λ	ω	σ_{cmp} N/mm ²	R_C kN	$V = \sum A \ell$ dm ³
cordón superior: +66,7 kN; 2 m	CHS40.4	452				148		3,616
diagonales ligeras: -33,3 kN; 1250 mm	CHS40.4	452	(ver tabla anterior)					3,390
barra sin esfuerzo: ±0 kN; 2000 mm	CHS40.4	452	(idem)					0,904
jabalcones interiores: -56,1 kN; 1803 mm	CHS60.4	704	19,8	91,1	≈ 1,93	≈ 154		2,577
	CHS50.4	578	16,3	111	≈ 2,48	≈ 241		
jabalcones exteriores: -38,0 kN; 2136 mm	CHS60.4	704	19,8	108	≈ 2,48	≈ 134		3,007
	CHS50.4	578	16,3	131	≈ 3,17	≈ 208		
VOLUMEN TOTAL								13,5



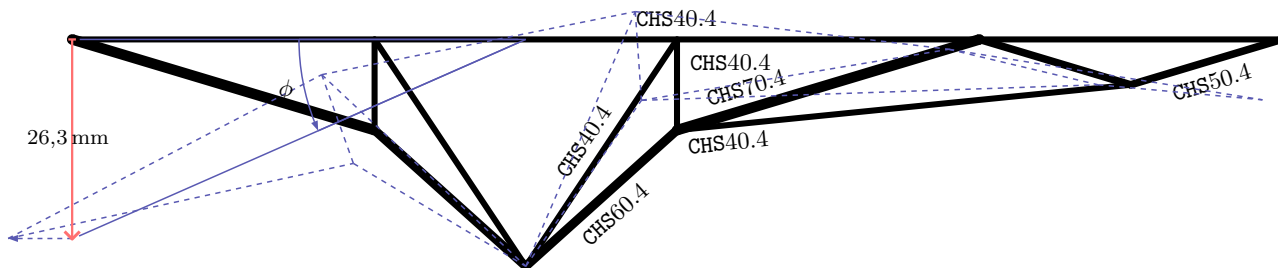
El descenso del extremo izquierdo es ahora, de 8,38 mm, y provoca una distorsión media de 2,79 mrad —medida sobre el vuelo de 3 m—, que no supera la tolerable, 4 mm/m, y que es menor que la del diseño A. El diseño ajustado por resistencia es además suficientemente rígido, y requiere sólo el 53,5 % del volumen del diseño A: *less is more*, aunque ahora la famosa sentencia no se refiere para nada a ornatos o decoraciones...

Viga antifunicular

Si se adopta un trazado funicular con un canto máximo de 1,5 m, se necesitan tres barras de arriostramiento (prácticamente sin esfuerzo, a trazos en la figura) y dos montantes para llevar dos de las cargas a su encuentro con el antifunicular comprimido. Las ordenadas del trazado se obtienen del diagrama de momentos. En el tirante superior la tracción vale 66,7 kN y en el antifunicular comprimido la compresión será $66,7 \text{ kN} \div \cos \alpha$.



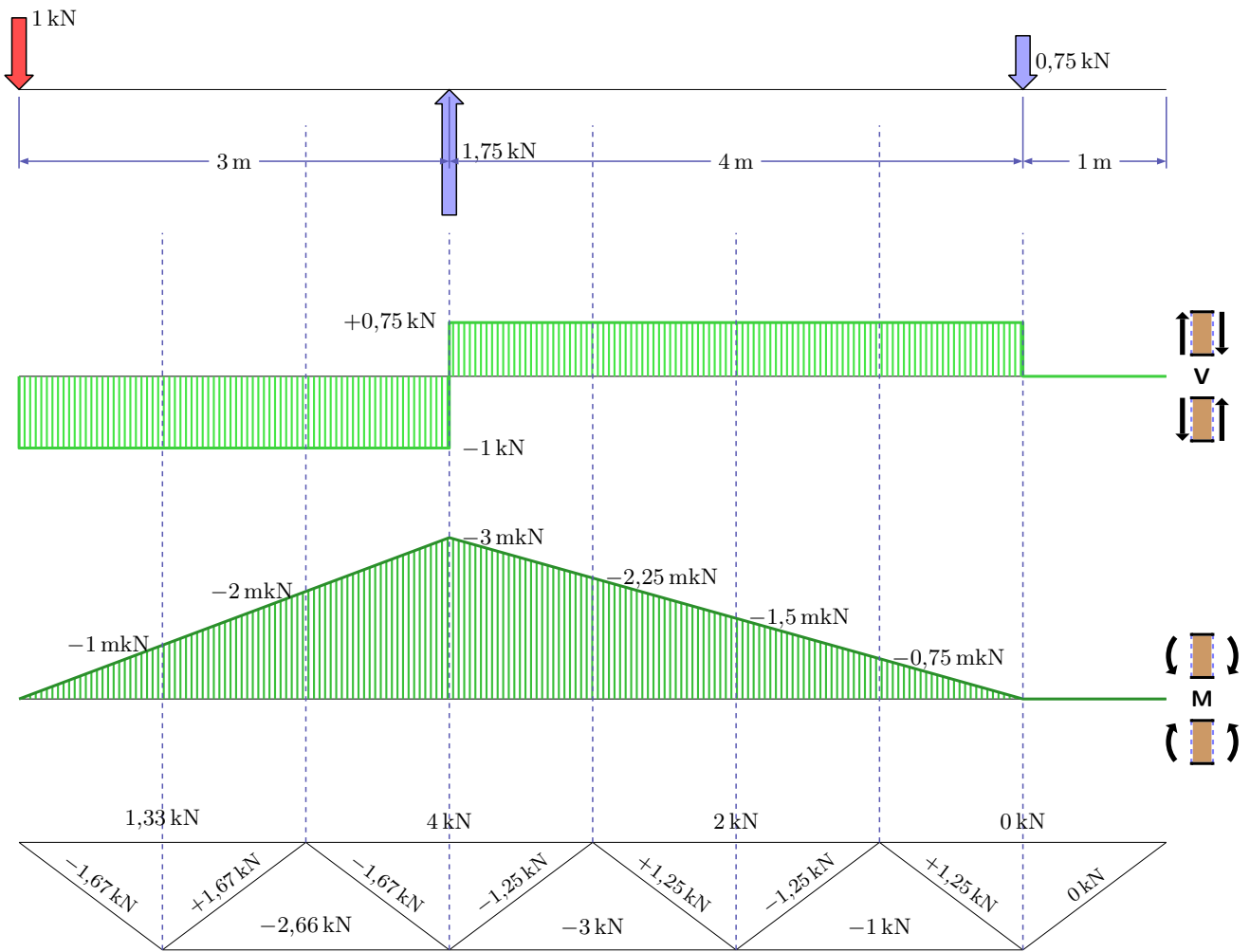
Para el cordón superior y las barras de arriostramiento vale un tubo CHS40.4 como anteriormente. Ese mismo tubo vale holgadamente para los montantes (comprimidos). Cada tramo del antifunicular puede dimensionarse de forma ajustada: CHS50.4 para los jabalcones del soporte derecho (-69,6 kN; 1044 mm); CHS70.4 para los dos tramos largos, de doble longitud que los anteriores (-69,6 kN; 2088 mm); y CHS60.4 para los jabalcones sobre el soporte izquierdo (-89,7 kN; 1345 mm).



El volumen total de acero es de 13,7 dm³, ligeramente mayor que en la solución acartelada (diseño B). Sin embargo, el descenso del extremo izquierdo es ahora, de 26,3 mm, y provoca una distorsión media de 8,78 mrad —medida sobre el vuelo de 3 m—, que supera la tolerable, 4 mm/m, y la del primer diseño de canto constante: *less is less* ahora. Nótese que en este diseño, la distorsión del vuelo derecho es ahora significativa.

Cálculo “a mano” del descenso del extremo izquierdo

Estructura patrón para calcular el descenso mediante trabajos virtuales.

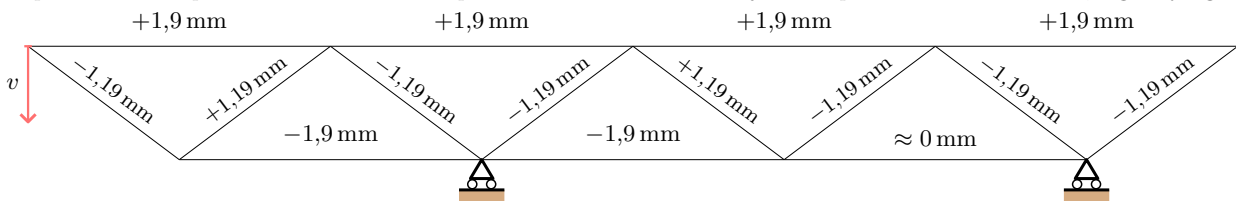


Un primer cálculo de v , suponiendo que el diseño fuera estricto y que la deformación absoluta de las barras correspondiera a la tensión segura de 190 N/mm^2 :

$$1 \text{ kN} \cdot v = 1,9 \text{ mm}(1,33 + 4 + 2) \text{ kN} - 1,9 \text{ mm}(-2,66 - 3) \text{ kN} + 3 \cdot 1,67 \text{ kN} \cdot 1,19 \text{ mm} + 3 \cdot 1,25 \text{ kN} \cdot 1,19 \text{ mm} - 1,19 \text{ mm} \cdot 1,25 \text{ kN}$$

$$v = 33,6 \text{ mm}$$

Si descontamos el único sumando negativo ($-1,19 \text{ mm} \cdot 1,25 \text{ kN}$), obtenemos una cota máxima de v para todos los diseños “seguros” de esta familia de soluciones: 35,1 mm, que provoca una distorsión media de 11,7 mrad que, en general, no será tolerable: de ahí que tuvieramos que **sobredimensionar** el primero de nuestros diseños ajustados para obtener el diseño **A**, seguro y rígido.



Cálculo para el diseño **A**. Los alargamientos se obtienen dividiendo el esfuerzo real por la rigidez de cada barra, dependiente del área de su sección y de su longitud: \mathbf{EA}/ℓ .

$$1 \text{ kN} \cdot v = 0,22 \text{ mm}(1,33 + 2) \text{ kN} + 1,10 \text{ mm} \cdot 4 \text{ kN} - 0,44 \text{ mm}(-2,66 - 3) \text{ kN} + (-0,52 \text{ mm})(-1,67 - 1,25) \text{ kN} + 2 \cdot 1,67 \text{ kN} \cdot 0,3 \text{ mm} + 2 \cdot 1,25 \text{ kN} \cdot 0,3 \text{ mm} - 0,3 \text{ mm} \cdot 1,25 \text{ kN}$$

Por tanto, $v = 10,5 \text{ mm}$, resultando la distorsión de 3,51 mrad al dividir por los 3 m de vuelo.

