¿Qué sabemos?

R E S O L U C I Ó N

A. De las siguientes afirmaciones indique cuales son falsas:

A: El Sol gira alrededor de la Tierra

B: La Tierra gira alrededor del Sol

C: Tanto la Tierra como el Sol se mueven a lo largo de las líneas geodésicas del espacio-tiempo en que se encuentran

D: La Tierra es el centro del Universo que podemos ver

E: El Sol gira alrededor de la Luna pero la Tierra no

1. Afirmaciones falsas (escriba “ninguna” si todas son ciertas): ninguna

DRAE:
girar. Del lat. *gyrāre.* [. . .] **4.** intr. Dicho de una cosa: Dar vueltas sobre un eje o en torno a un punto. [. . .] **6.** intr. Desviarse o cambiar con respecto a la dirección inicial. *La calle gira a la derecha.*
Letra pequeña: No se preocupe mucho por su respuesta: hoy en día no queman a la gente por diferencias de opinión sobre estos temas. . .

Una solucion

A: Cierta, lo vemos todos los días (si no está nublado). Ahora bien, también podemos decir, diciendo *exactamente lo mismo*, que la Tierra gira sobre sí misma, si como sistema de referencia adoptamos algún otro distinto del que forman nuestra vertical y el suelo desde el que miramos al Sol. En todo caso, para diseñar un edificio teniendo en cuenta las ventajas y desventajas del asoleo, el mejor punto de vista es el de Sócrates: el Sol gira alrededor de la Tierra.

B: Cierta, lo sabemos por el ciclo anual de las estaciones. Y ahora además porque lo podemos ver desde las naves espaciales y telescopios que enviamos al espacio.

C: Probablemente cierta: es lo que se explica en la teoría de la relatividad de Einstein y secuaces. Nadie ha refutado la teoría, aunque ¿quién la entiende?

D: Cierta obviamente: somos las personas humanas las que vemos el universo (principio antrópico. Pero se trata de un centro nada puntual: bastante “gordo”, de unos ¡13000 km de diámetro!)

E: Cierta igualmente: basta ponerse en el lugar del astronauta Neil Armstrong dando su pequeño pasito en la Luna. Desde allí, la Tierra no gira, que es lo mismo que decir que la Luna, desde la Tierra, gira sobre sí misma a la misma velocidad angular con que gira alrededor de la Tierra: por eso nos muestra siempre la misma cara. Eso sí, desde la Luna se ve la Tierra girar sobre sí misma en un punto fijo de la bóveda celeste—lunar. Y por supuesto, desde allí, hay Tierra Llena y Tierra Nueva, vamos que tenemos fases.

B. De las siguientes frases indique cuales considera correctas, dichas así, sin contexto:

I: Se puso roja como una olla express

II: En esta habitación hace mucho calor

III: El peso de esta barra de pan es 0,2 kg

IV: El consumo actual de energía de una vivienda corriente es de 120 kWh

V: El peso de esta barra de pan es el de 0,2 kg

VI: Con la energía que contiene un yogurt, podría elevarse a un elefante unos 5 m, si pudiera emplearse toda.

VII: La mayoría del follaje de las plantas emplea clorofila optimada para capturar la radiación solar en el entorno del verde (longitud de onda entorno a los 510 nanometros).

2. Afirmaciones correctas (escriba “ninguna” si considera todas incorrectas): V, VI

Una solucion

I: Tal cual, incorrecta. Si en vez “roja” se dijera “al rojo”, podría valer (sobre todo si aceptamos pulpo como animal de compañía. . .)

II: Tal cual, incorrecta. En todas las habitaciones hace mucho calor en condiciones normales (293 grados kelvin por encima del cero absoluto). Lo que probablemente se querría decir es “la temperatura es elevada” o, mejor aún, “la temperatura efectiva es insoportable”.

III: “La **masa** de esta barra. . . ” Véase V. Incorrecta

IV: ¡Eh! ¿No quedamos en que “la energía ni se crea ni se consume, sólo se transforma”? Incorrecta (aunque esto puede originar inacabables discusiones con quien piense lo contrario, véase el DRAE).

V: Perfecta (aunque no se usa en las panaderías)

VI: Correcta: basta con hacer los números

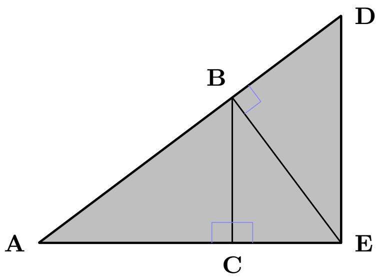
VII: Incorrecta, la mayoría de las plantas pasan del verde: lo reflejan: por eso las vemos verdes.

C. Sabiendo que **DE**=300 cm y que **BE**=240 cm, calcular:

3. AE: 400 cm

4. AC: 256 cm

5. BC: 192 cm



Una solución:

Si con una regla resulta que el dibujo está hecho a alguna escala, es decir, si

$$\frac{300\,\text{cm}}{240\,\text{cm}} = \frac{\text{medida de }\mathbf{DE}}{\text{medida de }\mathbf{BE}}$$

entonces lo más práctico es determinar el factor de escala e con

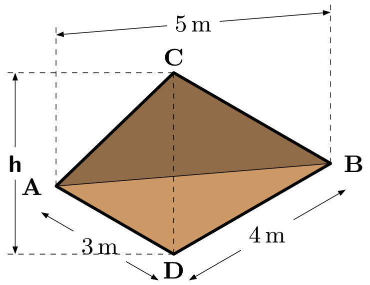
$$e = \frac{300}{\text{medida de }\mathbf{DE}}$$

y determinar los segmentos pedidos midiéndo en el dibujo.

En otro caso, basta notar que todos los triángulos que pueden percibirse en la figura son semejantes. Del triángulo BDE solo hace falta determinar el cateto BE: $\overline{BE} = \sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{BD}^2}$ (Pitágoras). Ahora por semejanza:

$$\frac{\boxed{\overline{AE}}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}} \qquad \frac{\boxed{\overline{BC}}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} \qquad \frac{\boxed{\overline{AC}}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BD}}$$

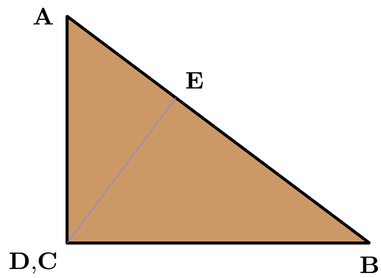
D. En el diedro de la figura, el plano **ABD** es horizontal y **C** está en la vertical de **D**, a una altura **h** $= 2{,}7\,\mathrm{m}$. ¿Cuál es la máxima pendiente del plano **ACB**? ¿Qué ángulo forman ambos planos?



6. Máxima pendiente de **ACB**: | 113 %

7. Ángulo entre los planos: | 48º

Una solución:



La base **ABD** es un triángulo rectángulo puesto que $5^2 = 3^2 + 4^2$. La perpendicular a **AB** por **D** (o por **C**) determina el punto **E**, siendo los dos nuevos triángulos semejantes a la base. Por tanto:

$$\frac{\bar{\mathrm{DE}}}{3\,\mathrm{m}} = \frac{4\,\mathrm{m}}{5\,\mathrm{m}} \qquad \bar{\mathrm{DE}} = \frac{4}{5} \times 3\,\mathrm{m}$$

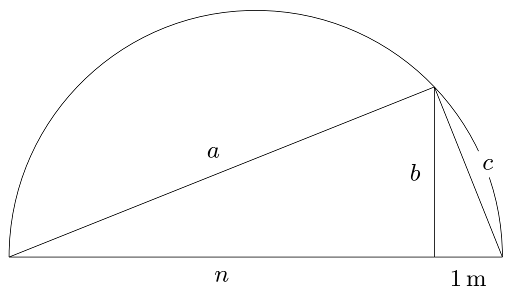
Puesto que la línea de máxima pendiente es la dirección de **CE**, la máxima pendiente del plano de **ACB** valdrá $2{,}7 \div \bar{\mathrm{DE}}$ que, multiplicado por 100, nos da la máxima pendiente en %. El ángulo entre los planos es simplemente $\arctan(2{,}7 \div \bar{\mathrm{DE}})$, puesto que esa fracción también es la tangente del ángulo entre los planos del diedro. (Son dos formas diferentes de medir la inclinación entre ambos.)

E. Si en la construcción de la figura n valiera $4\,\mathrm{m}$, calcular la longitud de los tres segmentos a, b y c.

8. a: | 4,47 m

9. b: | 2 m

10. c: | 2,24 m



Una solución:

Si se tiene suerte y el dibujo está a escala, es decir, si resulta que:

$$\frac{4\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{m}} = \frac{\text{medida de } n}{\text{medida de ``}1\,\mathrm{m}\text{''}}$$

entonces lo más práctico es determinar el factor de escala e con

$$e = \frac{4}{\text{medida de } n}$$

y determinar los segmentos pedidos midiéndo en el dibujo.

En otro caso, puede razonarse así: el ángulo entre a y c es 90º por ser un ángulo inscrito en una circunferencia y abarcar media. Por tanto, como el ángulo entre b y c es igual al de a y n, ambos triángulos son semejantes, semejantes también al triángulo $ac(n + 1\,\mathrm{m})$. Para determinar a:

$$\frac{a}{n} = \frac{n + 1\,\mathrm{m}}{a} \qquad \Rightarrow \qquad a = \sqrt{n(n + 1\,\mathrm{m})}$$

Y entonces, por ejemplo:

$$\frac{b}{1\,\mathrm{m}} = \frac{n}{b} \qquad \frac{c}{b} = \frac{a}{n}$$

También con el teorema de Pitágoras valdría, aplicándolo varias veces.

$$\begin{aligned} (n + 1\,\mathrm{m})^2 &= a^2 + c^2 \\ a^2 &= n^2 + b^2 \\ c^2 &= b^2 + (1\,\mathrm{m})^2 \end{aligned}$$

Si de la segunda se resta la tercera y luego la primera, nos queda

$$2a^2 = n^2 - (1\,\mathrm{m})^2 + (n + 1\,\mathrm{m})^2$$

y con combinaciones parecidas se obtienen expresiones para b^2 y c^2.

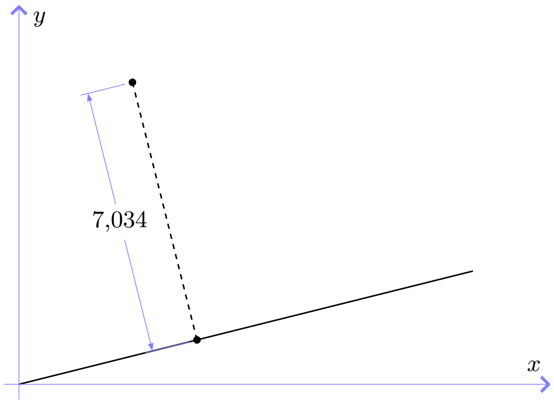
F. En unos ejes ortogonales xy, P es el punto de coordenadas $(3; 8)$, y r es la recta que pasa por el origen y por el punto $(12; 3)$. Determinar el ángulo α que forma r con el eje x, y la mínima distancia d entre P y r. Las coordenadas están dadas en metros.

11. ángulo α: 14°

12. distancia d: 7,03 m

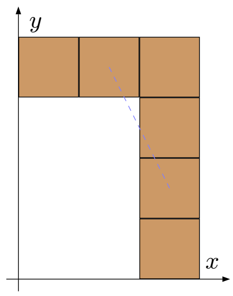
Una solución

La pendiente de r está dada por $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{3}{12}$ y el arco cuya tangente es la pendiente nos da α.
La ecuación reducida es $y = mx$, la ecuación general $y - mx = 0$. La ecuación normal de la recta es entonces $\dfrac{y - mx}{\sqrt{1 + m^2}} = 0$. Y la distancia del punto P a la recta r es simplemente $\dfrac{y_P - mx_P}{\sqrt{1 + m^2}} = 0$. Más sencillo resulta un dibujo.



G. El cuerpo plano de la figura está formado por cuadrados idénticos de 16 m de lado. ¿Cuánto vale la coordenada x_g del centro de gravedad del cuerpo?

13. Coordenada x_g: 32 m



Una solución:

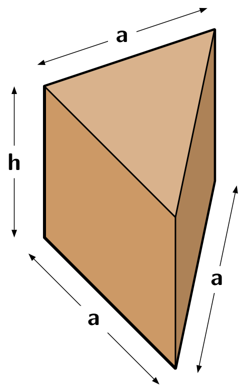
Si a es el lado de los cuadraditos, el c.d.g. de los tres de arriba está a $3a/2$ del eje y, y el de los tres de abajo a $5a/2$. El del conjunto estará entre medias, a $2a$. Gráficamente se ve mejor.

La fórmula canónica, en cualquier caso es

$$x_g = \frac{\sum_i x_i m_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{6} \sum_i x_i$$

en donde x_i es la abscisa del c.d.g. de cada cuadradito y m_i su masa, que es constante y proporcional a a^2.

H. El prisma de la figura, de lado **a** = 3 m y altura **h** = 2 m, es de hormigón, con un peso específico de $23\,\mathrm{kN/m^3}$, y está apoyado en el suelo. ¿Cuánto pesa? ¿Cuál será el valor medio de la presión que ejerce sobre el suelo?



14. Peso del prisma: 179 kN

15. Valor medio de la presión: $46\,\mathrm{kN/m^2}$

Una solución:

El volumen del prisma es base por altura, la base es un triángulo equilátero, por tanto $V = \frac{1}{2}(3\,\mathrm{m})^2 \cdot \cos 30^\mathrm{o} \times 2\,\mathrm{m}$ y multiplicando por el peso específico de $23\,\mathrm{kN/m^3}$ se obtiene el peso. Para obtener la presión media basta con dividir por el área (la misma de antes), así que será $23\,\mathrm{kN/m^3} \times 2\,\mathrm{m}$ en las unidades pedidas.

I. Un bloque de 300 kg está apoyado sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie es 0,30 (tanto si está quieto como si se mueve). Si se empuja el bloque con una fuerza horizontal constante de 2,4 kN, aplicada a la altura de su centro de gravedad, ¿cuál será la fuerza horizontal resultante sobre el bloque? ¿cuál será la aceleración del bloque respecto a la superficie? (Si necesita el valor de la aceleración de la gravedad en la Tierra use $10\,\mathrm{m/s^2}$.)

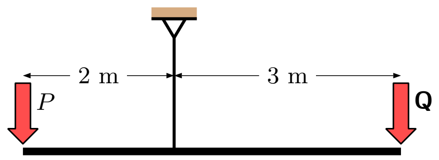
16. Fuerza horizontal resultante: 1,50 kN

17. Aceleración del bloque: $5{,}00\,\mathrm{m/s^2}$

Una solución:

El peso del bloque es $P = 300\,\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2}$; por tanto la fuerza de rozamiento será $P \times 0{,}30$, y la resultante horizontal neta $|P \times 0{,}30 - 2{,}4\,\mathrm{kN}|$. La aceleración se obtiene dividiendo esa resultante por 300 kg en el caso de que $P \times 0{,}30 < 2{,}4\,\mathrm{kN}$, y es simplemente cero en caso contrario (el bloque no se mueve o se mueve con velocidad constante).

J. La balanza de la figura, de brazos desiguales, está en equilibrio. Si el peso **Q** es de 900 N, ¿cuánto vale P? ¿cuál es la fuerza de tracción en el cable de suspensión suponiendo que el peso de los brazos es despreciable?



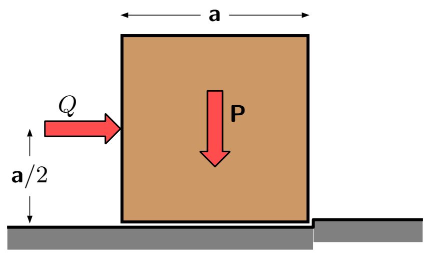
18. Peso P: 1,350 kN

19. Tracción: 2,250 kN

Una solución:

P×2 m = **Q** × 3 m y la tracción es simplemente P+**Q**

K. El cuerpo de la figura es un cubo macizo de lado $\mathbf{a} = 10\,\mathrm{m}$ de un material de $23\,\mathrm{kN/m^3}$ de peso específico. ¿Cual es el mínimo valor de la fuerza Q para provocar el vuelco?



20. Q: | 23000 kN |

Una solución:

Se trata de una balanza un poco rara: su fiel es el resalte del suelo a la izquierda del bloque, y el brazo de $\mathbf{P}$ es horizontal ($\mathbf{a} \div 2$), mientras que el de Q es vertical (de igual longitud, $\mathbf{a} \div 2$). Por tanto con $Q \geq \mathbf{P}$ el bloque volcará, $\text{mín}(Q) = \mathbf{P}$ y $\mathbf{P} = 23\,\mathrm{kN/m^3} \times (10\,\mathrm{m})^3$.